Übungsblatt 0.5 Lin. Alg. WS 2016/17

1. Gegeben ist die Gerade

(∗) $$A = \underline{u} + \mathbb{R}\underline{v} \quad \text{mit} \quad \underline{u} = (0,1) \quad \text{und} \quad \underline{v} = \left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

in $\mathbb{R}^2$.

(a) Skizzieren Sie diese Gerade

(b) Geben Sie die vektorielle Form an

(c) Finden Sie einen Normalvektor $\underline{n}$ auf A und geben die Normalform $\underline{n} \cdot (\underline{x} - \underline{u}) = 0$ für die Gerade (∗) an. Zeichnen Sie $\underline{n}$ in der Skizze

(d) Mit Hilfe von (c), finden Sie die parameterfreie Form von (∗)

2. Seien $P(0,1,0,1)$ und $Q(1,0,1,0)$ zwei Punkte im $\mathbb{R}^4$.

(a) Zeigen Sie, dass es genau eine Gerade gibt, die durch P <u>und</u> Q geht.

(b) Finden Sie alle Normalvektoren auf die Gerade in (a), die in P starten. Welche Menge bilden diese Normalvektoren. (Hinweis: Hyper-Ebene)

3. Gegeben ist die folgende Ebene in parameterfreien Form

$$\mathcal{E}: \ x + 2y + 3z = 4 \qquad (*)$$

in $\mathbb{R}^3$

(a) Finden Sie einen Normalvektor auf $\mathcal{E}$.

(b) Finden Sie die vektorielle Form der Ebene

(c) Skizzieren Sie die Ebene mit den Normalvektor von (a)

(d) Welche Menge in $\mathbb{R}^3$ wird durch $x + 2y = 4$ dargestellt? Zusatz: $(*)$ in $\mathbb{R}^4$?

4. Zeigen Sie die Unglg.en:

$$-1 \leq \frac{\langle \underline{v}, \underline{w} \rangle}{\|\underline{v}\| \, \|\underline{w}\|} \leq 1 \quad \text{für alle } \underline{v}, \underline{w} \in \mathbb{R}^n \text{ mit } \underline{v}, \underline{w} \neq \underline{0}$$

5. Gegeben sind die Vektoren

$$\underline{u} = (1,1,1), \quad \underline{v} = \left(-\tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0\right), \quad \underline{w} = (0,1,0).$$

(a) Berechnen Sie die Fläche des von $\underline{u}$ und $\underline{v}$ aufgespannten Parallelogramms

(b) Berechnen Sie das Volumen des von den Vektoren $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ aufgespannten Spates.