

## Übungsblatt 0.5 Lineare Algebra WS 2016/2017

1. Gegeben ist die Gerade

$$A = \underline{u} + \mathbb{R}\underline{v} \tag{1}$$

mit  $\underline{u} = (0, 1)$  und  $\underline{v} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  in  $\mathbb{R}^2$ .

- Skizzieren Sie diese Gerade.
  - Geben Sie die vektorielle Form an.
  - Finden Sie einen Normalvektor  $\underline{s}$  auf  $A$  und geben Sie die Normalform  $\underline{n}(\underline{x} - \underline{u}) = 0$  für die Gerade (1) an. Zeichnen Sie  $\underline{s}$  in der Skizze ein.
  - Finden Sie mit Hilfe von (c) die parameterfreie Form von (1).
2. Seien  $P(0, 1, 0, 1)$  und  $Q(1, 0, 1, 0)$  zwei Punkte im  $\mathbb{R}^4$ .

- Zeigen Sie, dass es genau eine Gerade gibt, die durch  $P$  und  $Q$  geht.
- Finden Sie alle Normalenvektoren auf die Gerade in (a), die in  $P$  starten. Welche Menge bilden diese Normalenvektoren? (Hinweis: Hyper-Ebene.)

3. Gegeben ist die folgende Ebene in parameterfreier Form

$$E : x + 2y + 3z = 4. \tag{2}$$

- Finden Sie einen Normalvektor auf  $E$ .
  - Finden Sie die vektorielle Form der Ebene.
  - Skizzieren Sie die Ebene mit dem Normalvektor von (a).
  - Welche Menge in  $\mathbb{R}^3$  wird durch  $x + 2y = 4$  dargestellt? (Zusatz: (2) in  $\mathbb{R}^4$ ?)
4. Zeigen Sie die Ungleichungen:

$$-1 \leq \frac{\langle \underline{v}, \underline{w} \rangle}{\|\underline{v}\| \|\underline{w}\|} \leq 1 \tag{3}$$

für alle  $\underline{v}, \underline{w} \in \mathbb{R}^n$  mit  $\underline{v}, \underline{w} \neq 0$ .

5. Gegeben sind die Vektoren

$$\underline{u} = (1, 1, 1), \quad \underline{v} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right), \quad \underline{w} = (0, 1, 0).$$

- Berechnen Sie die Fläche des von  $\underline{u}$  und  $\underline{v}$  aufgespannten Parallelogramms.
- Berechnen Sie das Volumen des von den Vektoren  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$  aufgespannten Spates.