Kombinatorische Optimierung 1, WS 2018-2019

3. Übungsblatt

18. Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Edmonds und Karp einen maximalen Fluss im Graphen in Abbildung 1. Geben Sie auch einen minimalen Schnitt an. Die Zahlen auf den Kanten geben dabei die Kapazitäten an. Starten Sie den Algorithmus mit dem folgenden Fluss:

Kante	s-1	s-2	s-3	1-2	2-3	1-t	2-t	3-t
Fluss	8	8	0	2	2	6	8	2

Geben Sie den optimalen Flusswert explizit an!

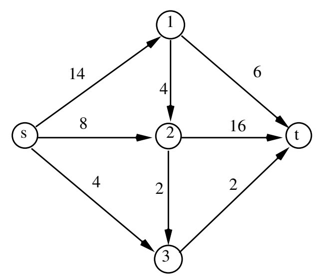

Abbildung 1: Netzwerk für Bsp. 18

19. Die Knotenvariante des Satzes von Menger

Beweisen Sie folgende Aussage. Sei G ein Graph gerichtet oder ungerichtet, seien s und t zwei nicht benachbarte Knoten in G, und sei $k \in \mathbb{N}$. Es gibt k intern-disjunkte s-t-Wege in G dann un d nur dann, wenn t nach dem Entfernen von $k-1$ beliebigen Knoten in G (abgesehen vo s und t) von s aus erreichbar ist. Zwei s-t-Wege heißen *intern-disjunkt* falls Sie keine gemeinsame innere Knoten haben.

20. (Für Ambitionierte.)

(a) Zeigen Sie, dass der Algorithmus von Ford und Fulkerson im Falle von irrationalen Kapazitäten nicht zwangsweise terminiert. Betrachten Sie dazu das Netzwerk aus Abbildung 2. Alle Liniensegmente sind Kanten in beiden Richtungen. Jede Kante hat Kapazität $\frac{1}{1-\sigma}$ bis auf die folgenden 4 Kanten mit den Kapazitäten:

$$u((x_1, y_1)) = 1\,,\ u((x_2, y_2)) = \sigma\,,\ u((x_3, y_3)) = u((x_4, y_4)) = \sigma^2$$

wobei $\sigma = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Beachten Sie, dass $\sigma^n = \sigma^{n+1} + \sigma^{n+2}$. Untersuchen Sie die Konvergenz der Folge $(v(f_i))_{i\in\mathbb{N}}$ wobei $v(f_i)$ der Wert des in der i-ten Iteration generierten Flusses ist.

(b) Lösen Sie das obige Problem mit dem Algorithmus von Edmonds und Karp.

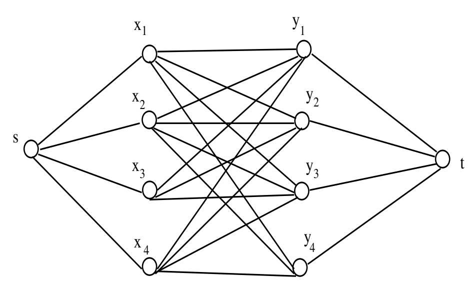

Abbildung 2: Netzwerk für Bsp. 20