Errata Vorlesungsmitschrift Höhere Analysis WS 2011/2012

13. Oktober 2011

- S. 5, Z. 6: ersetze $f(\bigcap A_i) \supseteq \bigcap f(A_i)$ durch $f(\bigcap A_i) \subseteq \bigcap f(A_i)$. *(2011-10-02)*
- S. 19, Ende des Beweises von Satz 2.9: Neuer Text:

  Die Beantwortung der Frage, ob die Maße auf ganz $\mathcal{A}$ übereinstimmen, erfolgt mit Stetigkeitsüberlegungen.

  Wir setzen $F_j = \bigcup_{i \leq j} E_j$, sodass F_j eine aufsteigende Mengenfamilie mit $\bigcup_j F_j = X$ ist. Wir behaupten nun, dass für alle $D \in \mathcal{A}$ und $j \in \mathbb{N}$ auch $\mu_1(D \cap F_j) = \mu_2(D \cap F_j)$ gilt. Für $j = 1$ gilt dies wegen $F_1 = E_1 \in \mathcal{E}$. Für $j+1$ erhalten wir

  $$D \cap F_{j+1} = (D \cap F_j) \uplus (D \cap (E_{j+1} \setminus F_j)) = (D \cap F_j) \uplus (E_{j+1} \cap (D \cap F_j^c)).$$

  Nun gilt $\mu_1(D \cap F_j) = \mu_2(D \cap F_j)$ nach Induktionsvoraussetzung und $\mu_1(E_{j+1} \cap (D \cap F_j^c)) = \mu_2(E_{j+1} \cap (D \cap F_j^c))$ wegen $E_{j+1} \in \mathcal{E}$ und $D \cap F_j^c \in \mathcal{A}$. Daraus erhalten wir durch die σ-Additivität von μ_1 und μ_2 die Behauptung.

  Mit der Stetigkeit der Maße findet man für $D \in \mathcal{A}$

  $$\mu_1(D) = \mu_1\left(D \cap \bigcup_{i=1}^{\infty} F_j\right) = \lim_{j\to\infty} \mu_1(D \cap F_j) = \lim_{j\to\infty} \mu_2(D \cap F_j) = \mu_2(D).$$

  Damit stimmen die Maße auf der gesamten σ-Algebra überein.

  (2011-10-13)