

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik II Übungsklausur am 3. Juli 2017
(Gruppe A)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10
				= <i>Punkte</i>

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe A“!

1. Es sei $c \in \mathbb{R}$ eine Konstante. Berechnen Sie für die Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3c^2t \\ 3ct^2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

- (a) die zurückgelegte Bogenlänge im Zeitintervall $[0, T]$ in Abhängigkeit von c und T , sowie alle Konstanten c , für welche die zurückgelegte Bogenlänge im Zeitintervall $[0, 3]$ gleich 42 ist. *(5 Punkte)*
- (b) die Krümmung $\kappa(t)$ in Abhängigkeit von c und t , sowie alle Konstanten c , für welche $\kappa(0) = 18$. *(5 Punkte)*

2. Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f(x, y) = \sin(x + y) + \cos(x - y)$$

im Inneren des Bereichs $x^2 + y^2 < 4$. *(10 Punkte)*

3. Stellen Sie fest, ob die folgende Differentialgleichung exakt ist und bestimmen Sie ihre Lösungen (gegebenenfalls mit Hilfe eines integrierenden Faktors). *(10 Punkte)*

$$x^2 + y^2 + \left(xy + \frac{y^3}{x}\right) y' = 0.$$

4. Durch

$$0 \leq z \leq 2, \quad x^2 + y^2 \leq 3z + 2$$

ist ein Körper K in \mathbb{R}^3 definiert. Bestimmen Sie den Schwerpunkt von K , wenn die Dichte durch $\rho(x, y, z) = 1$ gegeben ist. *(10 Punkte)*