Tutorium Mathematik II, M

31. März 2017

***Aufgabe 1.** Stellen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, falls möglich, einen speziellen Ansatz auf und bestimmen Sie damit eine partikuläre Lösung.

$$y''' + 2y'' + y' = \sinh(x) + x$$
$$y''' + 2y'' + y' = \frac{e^x}{x}$$

Aufgabe 2. Stellen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, falls möglich, einen speziellen Ansatz auf und bestimmen Sie damit eine partikuläre Lösung.

(a) $y'' - 7y' - 8y = 2\cosh(x) - 740e^{2x}\cos(x)$

(b) $y'' - 3y' - 10y = 40x + 42$

(c) $y'' - y' - 6y = e^{-2x} - \cot(3x)$

(d) $y'' - 5y' + 6y = 7e^{3x} - 100e^{-2x} + 5\sin(x) + \cos(x)$

(e) $y'' + 2y' + 10y = 9\sin(-3x) + 20\cos(3x) + 9e^{-x}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Störfunktion	**Ansatz für $y_I(x)$**	**Multiplizieren mit x^k, wenn**
$P(x)$	$Q(x)$	0 eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.
$e^{\lambda x} P(x)$	$e^{\lambda x} Q(x)$	λ eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.
$P(x)\sin(\alpha x)$ $Q(x)\cos(\alpha x)$ $P(x)\sin(\alpha x) + Q(x)\cos(\alpha x)$	$R(x)\sin(\alpha x) + S(x)\cos(\alpha x)$	αi eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.
$ae^{\lambda x}\sin(\alpha x)$ $ae^{\lambda x}\cos(\alpha x)$ $e^{\lambda x}\big(a\sin(\alpha x) + b\cos(\alpha x)\big)$	$e^{\lambda x}\big(c\sin(\alpha x) + d\cos(\alpha x)\big)$	$\lambda + \alpha i$ eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.

Lösung von Aufgabe 2

(a) Der Ansatz lautet

$$y_p = Ae^x + Bxe^{-x} + e^{2x}\left(C\sin(x) + D\cos(x)\right)$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = \frac{-1}{14}e^x - \frac{1}{9}xe^{-x} + e^{2x}\left(6\sin(x) + 38\cos(x)\right).$$

(b) Der Ansatz lautet

$$y_p = Ax + B$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = -4x - 3.$$

(c) Es ist kein spezieller Ansatz möglich.

(d) Der Ansatz lautet

$$y_p = Axe^{3x} + Be^{-2x} + C\sin(x) + D\cos(x)$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = 7xe^{3x} - 5e^{-2x} + \frac{2}{5}\sin(x) + \frac{3}{5}\cos(x).$$

(e) Der Ansatz lautet

$$y_p = A\sin(-3x) + B\cos(-3x) + C\sin(3x) + D\cos(3x) + Ee^{-x}.$$

Allerdings kann man die Rechnung deutlich erleichtern mit den Substitutionen

$$F = -A + C \qquad G = B + D,$$

wodurch der Ansatz zu

$$y_p = F\sin(3x) + G\cos(3x) + Ee^x$$

wird und man erhält die Lösung

$$y_p = 3\sin(3x) + 2\cos(3x) + e^{-x}.$$