

Mathematik II SS 2017
4. Übungsblatt
6.4.2017

Aufgabe 4.1. Welcher Kegelschnitt wird durch die Gleichung

$$4x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_1 + 2x_2 = 3$$

definiert? Für die Lösung sollten Sie angeben: Typ (Ellipse, Hyperbel etc.) des Kegelschnitts, seine Lage und Ausrichtung (Verschiebungsvektor und Drehwinkel) sowie gegebenenfalls seine Halbachsen, Scheitelpunkte, Steigung etc.

Aufgabe 4.2. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

- (a) $\cos(x) \cdot y(x) + \sin(x) \cdot y'(x) = 42x$ mit $x \in (0, \pi)$;
- (b) $\sin(x) \cdot y(x) + \cos(x) \cdot y'(x) = \sin(x)$ mit $x \in (-\pi/2, \pi/2)$;
- (c) $\sin(x) \cdot y(x) + \cos(x) \cdot y'(x) = \tan(x)$ mit $x \in (-\pi/2, \pi/2)$.

Aufgabe 4.3. Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem der homogenen Differentialgleichung

$$y''' + 5y'' + 3y' - 9y = 0$$

und rechnen Sie nach, dass die Wronski-Determinante des Systems tatsächlich nicht Null ist.

Aufgabe 4.4. Wie lauten die speziellen Ansätze für partikuläre Lösungen der folgenden Differentialgleichungen? (Die Werte der Koeffizienten müssen nicht ausgerechnet werden.)

- (a) $y^{(4)} - 5y''' + 6y'' + 4y' - 8y = (x + 1)e^{2x} + \frac{3x^2 + x + 4}{e^x}$
- (b) $y^{(4)} - 4y''' + 10y'' - 12y' + 5y = x \cdot \sinh(x) - e^x \sin(x)$
- (c) $y^{(4)} + 18y'' + 81y = e^x \sin(-3x) + e^x \cos(3x)$

Aufgabe 4.5. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) + 4y(x) = \cos(2x).$$

Aufgabe 4.6. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \frac{4e^x \ln(x)}{x}.$$