

Mathematik II SS 2017
6. Übungsblatt
11.5.2017

Aufgabe 6.1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -12 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6.2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 2e^{5t} \\ e^{6t} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6.3. Bestimmen Sie diejenige Lösung des Systems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 15 & 6 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 3e^{-2t} \\ -9e^{-2t} \end{pmatrix},$$

welche die Anfangsbedingung

$$\vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

erfüllt.

Aufgabe 6.4. Berechnen Sie zur Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos(t) - \cos(2t) \\ 2 \sin(t) - \sin(2t) \end{pmatrix}$$

für jeden Zeitpunkt t den Tangentenvektor und ermitteln Sie alle Zeitpunkte, an welchen horizontale Tangenten, vertikale Tangenten oder stationäre Punkte vorliegen.

Aufgabe 6.5. Wir betrachten die gleiche Kurve wie in Aufgabe 6.4. Bestimmen Sie für $t \in [0, 2\pi]$ die Bogenlänge $s(t)$, wobei $s(\pi) = 0$ gelten soll. Geben Sie danach die natürliche Parametrisierung $\vec{x}(s)$ der Kurve an. Welches Intervall durchläuft s hierbei?

Hinweis: Summenformel für Sinus und Kosinus.

Aufgabe 6.6. Bestimmen Sie zur Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) - 2 \sin(2t) \\ \cos(t) - 2 \cos(2t) \end{pmatrix}$$

die Scheitelpunkte sowie die dazugehörigen Scheitelkrümmungen.