Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik I Übungsklausur am 2. Dezember 2016

(Gruppe B)

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	10	10	10	10		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Bei den Aufgaben auf dieser Klausur dürfen Sie keine Differentialrechnung benutzen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe B"!

1. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, welche die folgende Gleichung erfüllen: *(10 Punkte)*

$$z^9 + (16 + 16\sqrt{3} \cdot i)z^5 = (128 - 128\sqrt{3} \cdot i)z.$$

2. Es seien g die Gerade durch die Punkte A und B, sowie h die Gerade durch die Punkte C und D, wobei

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ -15 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   (a) Geben Sie Geradengleichungen für g und h an. *(2 Punkte)*

   (b) Untersuchen Sie die Lagebeziehung zwischen g und h: welcher Fall tritt ein?

   (i) g und h sind identisch;

   (ii) g und h sind parallel aber nicht identisch;

   (iii) g und h schneiden sich in genau einem Punkt;

   (iv) g und h sind windschief.

   Falls (iii) eintritt, geben Sie den Schnittpunkt und den Winkel an, in welchem sie einander schneiden. Falls (ii) oder (iv) der Fall ist, bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen g und h. *(8 Punkte)*

3. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei durch

$$a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} \qquad \text{für } n \geq 3$$

   und die Anfangswerte $a_1 = 16, a_2 = -2$ definiert. Desweiteren sei $b_n = 2^{2n} + (-2)^n$ und $c_n = \frac{a_n}{b_n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

   (a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von a_n. *(6 Punkte)*

   (b) Konvergiert die Folge c_n? Falls ja, geben Sie ihren Grenzwert. *(4 Punkte)*

4. Untersuchen Sie die beiden folgenden Reihen auf Konvergenz.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+5} - \sqrt{n^2+1}}{5n^2 - n - 3}$ *(5 Punkte)*

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 - 2n + 3}$ *(5 Punkte)*