

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik I Vorlesungsprüfung am 7. Februar 2017
(Gruppe B)

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer, sowie den Vermerk „Gruppe B“!

- (a) Finden Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - 1} = 5$; (4 Punkte)
(b) Ermitteln Sie zur Ungleichung $z\bar{z} - \bar{z} - 3i\bar{z} - z + 3iz < -9$ die Lösungsmenge in \mathbb{C} und skizzieren Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene. (6 Punkte)
- Es seien a_n und b_n für $n \in \mathbb{N}$ definiert durch

$$a_n := \frac{(-1)^{n-1}n}{n^2 + 3n - 1}, \quad b_n := \frac{(3n + 1)!}{(3n - 2)!(n^3 + n + 1)}$$

- Untersuchen Sie ob die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sowie die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergieren. Geben Sie für $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegebenenfalls den Grenzwert an. (5 Punkte)
 - Untersuchen Sie ob die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sowie die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergieren. Geben Sie für $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegebenenfalls den Grenzwert an. (5 Punkte)
- Finden Sie sämtliche Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{3x^2 \left(\frac{1}{\cosh(x) - 1} + 14 \right)}{x^2 + 2x - 15}. \quad (10 \text{ Punkte})$$

- Die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2(e^{1/x} + 7)^2}.$$

- Berechnen Sie mit Hilfe einer geeigneten Substitution eine Stammfunktion F von f . (5 Punkte)
- Untersuchen Sie ob das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

existiert und geben Sie gegebenenfalls seinen Wert an. (5 Punkte)