

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik I Vorlesungsprüfung am 27. März 2017
(Gruppe A)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10	
					= <i>Punkte</i>

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer, sowie den Vermerk „Gruppe A“!

1. Es seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

im Raum gegeben, wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ beliebig ist. Es sei \mathcal{E} die Ebene, welche die Punkte A , B und C enthält, und g die Gerade, die durch die Punkte D und E verläuft.

(a) Geben Sie \mathcal{E} in Normalform und die Geradengleichung von g an. (5 Punkte)

(b) Ist es möglich, den Parameter α so auszuwählen, dass g und \mathcal{E}

(i) parallel

(ii) senkrecht

sind?

Im Fall (i), berechnen Sie auch den Abstand zwischen g und \mathcal{E} . Im Fall (ii), berechnen Sie den Schnittpunkt. (5 Punkte)

2. Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei durch

$$a_n = -a_{n-1} + 25a_{n-2} + 25a_{n-3} \quad \text{für } n \geq 4$$

und die Anfangswerte $a_1 = -6$, $a_2 = 8$, $a_3 = 42$ definiert.

(a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von a_n . (8 Punkte)

(b) Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (2 Punkte)

3. Die Funktion f gegeben durch

$$f(x) = \frac{(x^2 - 3x - 10)e^{-1/x^2}}{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}$$

ist nicht auf ganz \mathbb{R} definiert.

- (a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich. (4 Punkte)
- (b) An welchen Definitionslücken ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie gegebenenfalls die dazugehörigen Funktionswerte an. (6 Punkte)

Verwenden Sie hierbei **keine** Differentialrechnung!

4. Berechnen Sie folgende Integrale.

(a) $\int \frac{1}{1 - \sin(x)} dx,$ (5 Punkte)

(b) $\int_{-1}^1 \frac{x + 32}{x^2 - x - 42} dx.$ (5 Punkte)