

Tutorium Mathematik I, M

27. Januar 2017

***Aufgabe 1.** Berechnen Sie die Werte der Integrale

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+4} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2} dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin(x)} dx,$$

sofern sie existieren.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Werte der Integrale

(a) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx,$

(b) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx,$

(c) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tan(x) dx,$

(d) $\int_{-1}^1 \ln(x^4) dx,$

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2-4x}{x^3-2x^2-x+2} dx,$

(f) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} - \frac{\operatorname{arsinh}(x)}{x^2} dx,$

(g) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right)^3 dx,$

sofern sie existieren.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx = 1$

(b) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx$ existiert nicht (der Grenzwert der Stammfunktion für $x \rightarrow 0^-$ existiert nicht).

(c) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tan(x) dx$ existiert nicht (die Grenzwerte der Stammfunktion für $x \rightarrow \pm\pi/2$ existieren nicht).

(d) $\int_{-1}^1 \ln(x^4) dx = -8$ (trotz Polstelle bei $x = 0$).

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2 - 4x}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx$ existiert nicht (obwohl die Grenzwerte der Stammfunktion für $x \rightarrow \pm\infty$ existieren, tun sie es an allen drei Polstellen $x = -1, 1, 2$ nicht).

(f) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} - \frac{\operatorname{arsinh}(x)}{x^2} dx = 0$ (trotz Polstelle bei $x = 0$).

(g) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right)^3 dx = \frac{1}{2}$.