

Tutorium Mathematik I, M

28. Oktober 2016

***Aufgabe 1.** Wir betrachten die Geraden

$$g: 2x + y = 7 \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme

- (a) eine Darstellung von g in Parameterform,
- (b) eine Darstellung von h in Normalform,
- (c) die Lagebeziehung von g und h sowie ggf. ihren Schnittpunkt.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Aufgabe 2. Zu den Punkten

$$A = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

bestimme man alle Geraden durch je zwei Punkte in Parameterform und in Normalform.

Aufgabe 3. Wir betrachten die Geraden

$$\begin{aligned} g_1: 3x - 2y &= -5, & g_2: -2x + y &= 1, \\ g_3: -3x + y &= 1, & g_4: \vec{x} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \\ g_5: 4x - 2y &= -4, & g_6: \vec{x} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ -9 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Untersuchen Sie sämtliche Lagebeziehungen zwischen diesen Geraden.

Lösung von Aufgabe 2

Wir bezeichnen die Geraden mit $g_{A,B}$, $g_{A,C}$, $g_{B,C}$, je nachdem, durch welche Punkte sie verlaufen. Wir erhalten folgende Darstellungen.

$$\begin{aligned}g_{A,B}: \vec{x} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}, & g_{A,B}: x + 4y &= 7, \\g_{A,C}: \vec{x} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}, & g_{A,C}: 2x + 3y &= 14, \\g_{B,C}: \vec{x} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, & g_{B,C}: x - y &= 2.\end{aligned}$$

Dies sind selbstverständlich nicht die einzigen möglichen Darstellungen.

Lösung von Aufgabe 3

Die Geraden g_1 und g_6 sind identisch, ebenso die Geraden g_4 und g_5 . Die weiteren Lagebeziehungen sind wie folgt.

- $g_1 = g_6$ schneidet g_2 im Punkt $\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.
- $g_1 = g_6$ schneidet g_3 im Punkt $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.
- $g_1 = g_6$ schneidet $g_4 = g_5$ im Punkt $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.
- g_2 schneidet g_3 im Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- g_2 ist parallel zu $g_4 = g_5$.
- g_3 schneidet $g_4 = g_5$ im Punkt $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.