

**Mathematik I WS 2016/17**  
**10. Übungsblatt**  
**24.1.2017**

**Aufgabe 10.1.** Wir betrachten die Funktion  $f(x) = \tanh(x)$ .

(a) Bestimmen Sie die Taylorpolynome  $p_2$  und  $p_3$  vom Grad 2 und 3 von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ .

(b) Wenn  $p_3$  nahe 0 eine gute Näherung für  $f$  ist, dann sollten die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p_3(x) - p_2(x)}{x^3} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh(x) - p_2(x)}{x^3}$$

identisch sein. Rechnen Sie nach, dass dies tatsächlich der Fall ist.

**Aufgabe 10.2.** Bestimmen Sie die Konvergenzbereiche (die Menge aller  $x$ , für welche die Reihe konvergiert) für die Potenzreihen

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{5^n}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{5^n (4n-3)}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (3x+2)^n}{5^n (4n-3)^2}.$$

**Aufgabe 10.3.** Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int x \sin(x) dx, \quad (b) \int \cos(x) e^{-x} dx.$$

**Aufgabe 10.4.** Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx, \quad (b) \int \frac{3x - 1}{3x^2 - 2x + 9} dx, \quad (c) \int \operatorname{arccoth}(x) dx.$$

**Aufgabe 10.5.** Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{-\sin(x)}{1 + \cos(x)^2} dx, \quad (b) \int (x^3 + 6x) \cos(x) dx, \quad (c) \int \frac{1}{\sqrt{9x^2 - 6x + 2}} dx.$$

**Aufgabe 10.6.** Bei der Substitution  $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$  ergeben sich die Identitäten  $\sin(x) = \frac{2u}{1+u^2}$ ,  $\cos(x) = \frac{1-u^2}{1+u^2}$  und  $dx = \frac{2}{1+u^2} du$ . Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Substitution die Integrale

$$(a) \int \frac{1}{1 + \cos(x)} dx, \quad (b) \int \frac{1}{1 - \cos(x)} dx, \quad (c) \int \frac{1}{1 + \sin(x)} dx.$$