

Mathematik I WS 2016/17
11. Übungsblatt
31.1.2017

Aufgabe 11.1. Bestimmen Sie durch Partialbruchzerlegung das Integral

$$\int \frac{x^2 + 5x + 1}{x^3 - 5x^2 + 8x - 6} dx.$$

Aufgabe 11.2. Lösen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung:

$$(a) \int \frac{13}{12 \sin(x) + 5 \cos(x)} dx, \quad (b) \int \frac{x^2 + 2x - 5}{x^2 - 6x + 9} dx.$$

Aufgabe 11.3. Lösen Sie die folgenden Integrale mithilfe einer geeigneten Substitution:

$$(a) \int \frac{1}{e^{-x} + 1} dx, \quad (b) \int \frac{-\arccos(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (c) \int \frac{x}{(x^2 + 1) \ln(\sqrt{x^2 + 1})} dx.$$

Aufgabe 11.4. Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale existieren und geben Sie gegebenenfalls ihre Werte an:

$$(a) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cot(x) dx, \quad (b) \int_1^{5/4} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx, \quad (c) \int_0^1 \frac{e^x - 1}{x} + e^x \ln x dx.$$

Hinweis für (c): Zeigen Sie zunächst $\int \frac{e^x - 1}{x} dx = (e^x - 1) \ln x - \int e^x \ln x dx$.

Aufgabe 11.5. (a) Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{-19x - 61}{x^3 + 6x^2 + 5x - 12}.$$

Desweiteren untersuchen Sie ob folgende Integrale existieren, und geben Sie gegebenenfalls den Wert an

$$(b) \int_2^{\infty} f(x) dx, \quad (c) \int_1^2 f(x) dx, \quad (d) \int_0^2 f(x) dx.$$

Aufgabe 11.6. Berechnen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt einer Kugel mit Radius r sowie eines geraden Kreiskegels (die Spitze liegt über dem Mittelpunkt der Grundfläche) mit Höhe h und Radius r anhand der Formeln für Rotationskörper.