

Mathematik I WS 2016/17
9. Übungsblatt
17.1.2017

Aufgabe 9.1. Bestimmen Sie zur Funktion

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$$

den maximalen Definitionsbereich, alle Extremstellen sowie das Monotonieverhalten (d.h. die maximalen Intervalle, auf denen f monoton ist). Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur um lokale Maxima/Minima handelt.

Aufgabe 9.2. Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^{2017} \sqrt{1 - x^2}$$

alle Extremstellen und Fixpunkte (d.h. alle $x \in [-1, 1]$ sodass $f(x) = x$) sowie das Monotonieverhalten. Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur um lokale Maxima/Minima handelt.

Aufgabe 9.3. Für $a \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Funktion

$$f_a(x) = \frac{3 - 5a}{x^2 + (3 + 5a)x + 15a}.$$

Bestimmen sie den Definitionsbereich, die Nullstellen und die Maxima und Minima von f_a in Abhängigkeit von a .

Aufgabe 9.4. Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sin(x) + \cos(x)$$

alle Nullstellen, Extremstellen, Wendepunkte sowie das Krümmungsverhalten.

Aufgabe 9.5. Ermitteln Sie alle Asymptoten (vertikale und horizontale Asymptoten sowie Asymptoten der Form $ax + b$) der Funktion

$$f(x) = \left(4x - 3 + \frac{2}{x}\right) \cdot (\arctan(x))^2.$$

Aufgabe 9.6. Bestimmen Sie zur Funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 \left(3 + \frac{1}{\ln(x^2)}\right)}{x^2 + 2x - 15}$$

den größtmöglichen Definitionsbereich, alle Asymptoten und die Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches.