

35. Bestimmen Sie die Residuen folgender Funktionen in ihren singulären Punkten:

$$\begin{array}{ll} a) f(z) = \frac{z+7}{z+2}, & b) f(z) = \frac{e^{2z+1}}{(z-a)^3}, a \in \mathbb{C}, \\ c) f(z) = z^5 \cosh\left(\frac{1}{z^3}\right), & d) f(z) = \frac{\sin z}{z^6}. \end{array}$$

36. Berechnen Sie

$$\int_C \frac{z^3 e^{\frac{1}{z^2}}}{z-1} dz,$$

wobei  $C$  durch die Gleichung

$$a) |z| = \frac{1}{3}, \quad b) |z| = \frac{3}{2}$$

beschrieben ist.

37. (a) Entwickeln Sie die Funktion  $f(z) = (z + z^3)(e^{\frac{1}{z^2}} + e^{\frac{1}{z-1}})$  in eine Laurentreihe, zuerst um den Punkt  $z_0 = 0$ , dann um den Punkt  $z_0 = 1$ .

(b) Berechnen Sie  $\text{Res}[f; 0]$  und  $\text{Res}[f, 1]$ .

(c) Berechnen Sie folgendes Integral mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{|z|=2} (z + z^3)(e^{\frac{1}{z^2}} + e^{\frac{1}{z-1}}) dz.$$

38. Berechnen Sie folgende Integrale mit Hilfe des Residuensatzes:

$$\begin{array}{ll} a) \int_{|z|=1} \frac{5z^2 - 4z + 1}{(z+2)(4z^2+1)} dz, & b) \int_{|z|=1} \frac{\cos(z)}{z^2 + 4iz} dz, \\ c) \int_{|z|=2} \frac{z^6 - 3z^4 + 1}{(2z-1)(z^2+9)} dz, & d) \int_{|z|=\pi} \frac{z+1}{z^2+9} dz. \end{array}$$

39. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$f(z) = \frac{z^2 + z + 1}{z^4 + 1}$$

und berechnen Sie damit *ohne* Residuensatz  $\int_{\gamma} f(z) dz$ , wobei  $\gamma$  der Kreis  $|z-2| = 4$  ist.