

44. Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformation $\mathcal{L}\{f\}$ von

$$a) \sin^2(\omega t), \quad b) \cosh^2(2t), \quad c) te^{3t}.$$

Hinweis: Verwenden Sie $\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0)$.

45. Bestimmen Sie die Rücktransformation $f(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(s))$ von

$$a) \frac{5}{s^2 - 7s + 12}, \quad b) \frac{23}{(s+3)^5}, \quad c) \frac{7}{s^2 + s + 1}, \quad d) \frac{s+1-2\alpha}{s^2 + 2s + \alpha^2 + 1}.$$

46. Lösen Sie mit Hilfe der LAPLACE-Transformation folgende Anfangswertprobleme:

- (a) $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = e^{-t}(\cos t + 3 \sin t)$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$;
- (b) $y''(t) - 2y'(t) + 4y(t) = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
- (c) $y'''(t) - y'(t) = 3(2 - t^2)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 1$;
- (d) $9y''(t) - 6y'(t) + y(t) = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$.

47. Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme mit Hilfe der LAPLACE-Transformation und des Faltungssatzes:

$$a) y''(t) + y(t) = 5t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0; \\ b) y''(t) + y(t) = \frac{3}{2} \sin(2t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

48. Lösen Sie folgende Integralgleichungen mit Hilfe der der LAPLACE-Transformation und des Faltungssatzes:

- (a) $y(x) = xe^x - 2e^x \int_0^x e^{-t} y(t) dt$,
- (b) $y(x) = x + e^x - \int_0^x y(t) \cosh(x-t) dt$.

49. Bestimmen Sie mit Hilfe der LAPLACE-Transformation eine beschränkte Lösung des Problems

$$\begin{array}{ll} \text{Dgl.:} & u_{tt} = 9u_{xx}, x > 0, t > 0, \\ \text{RB:} & u(0, t) = -4 \sin 2t, t > 0, \\ \text{AB:} & u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0, x > 0. \end{array}$$