

56. Lösen Sie mit der Fourier-Methode folgendes Saitenschwingungsproblem:

$$u_{tt} = u_{xx},$$

unter den Rand- und Anfangswertbedingungen

$$\begin{aligned} u(0, t) &= 0, & u(\pi, t) &= 0, \\ u(x, 0) &= 0, & u_t(x, 0) &= k \sin(2x). \end{aligned}$$

57. Lösen Sie mit der FOURIER-Methode folgendes Saitenschwingungsproblem:

$$\begin{aligned} \text{Dgl.:} \quad & u_{tt} = u_{xx} + \sin(2x)e^{-t}, \\ \text{RB:} \quad & u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0, \\ \text{AB:} \quad & u(x, 0) = 7 \sin(6x), \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

58. Lösen Sie mit der FOURIER-Methode folgende Wärmeleitungsgleichung:

$$\begin{aligned} \text{Dgl.:} \quad & u_t = u_{xx} + 3, \\ \text{RB:} \quad & u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 2, \quad t > 0, \\ \text{AB:} \quad & u(x, 0) = 1 + x^2, \quad 0 \leq x \leq 1. \end{aligned}$$

59. Lösen Sie mit der Fourier-Methode folgendes Saitenschwingungsproblem:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 3u_{xx}, \\ u(0, t) &= 1, \quad u(\pi, t) = t, \\ u(x, 0) &= \cos x \sin x, \quad u_t(x, 0) = \sin 3x, \end{aligned}$$

(6 Punkte)

60. Lösen Sie mit der Fourier-Methode folgendes Wärmeleitungsproblem

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx}, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) &= 1 - \frac{x}{\pi}. \end{aligned}$$

61. Lösen Sie mit der FOURIER-Methode folgende Wärmeleitungsgleichung:

$$\begin{aligned} \text{Dgl.:} \quad & u_t = u_{xx} + 3, \\ \text{RB:} \quad & u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 2, \quad t > 0, \\ \text{AB:} \quad & u(x, 0) = 1 + x^2, \quad 0 \leq x \leq 1. \end{aligned}$$