1. Man zeige, dass $\varphi \in \text{Hom } V$ genau dann normal ist, wenn für alle $\vec{a}, \vec{b} \in V$ gilt:
$$\varphi(\vec{a}) \cdot \varphi(\vec{b}) = \varphi^*(\vec{a}) \cdot \varphi^*(\vec{b}).$$

2. Bilden die selbstadjungierten Automorphismen ($\varphi = \varphi^*$) von $\mathbb{R}^2$ eine Gruppe bezüglich des Produktes von Abbildungen?

3. Es sei $\varphi \in \text{Hom } V$ und $V = U_1 \oplus \cdots \oplus U_r$ die direkte Summe $\varphi$-invarianter Unterräume. Man zeige:
$$\chi_\varphi(x) = \prod_{i=1}^{r} \chi_{\varphi\restriction_{U_i}}(x).$$

4. $f \in \text{Hom } \mathbb{R}^3$ sei definiert durch
$$f(1,0,1) = (0,2,4),\ f(0,1,1) = (4,2,0),\ f(1,1,0) = (2,4,2).$$
Man bestimme $f^*(1,1,1)$.

5. Man bestimme eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^3$ aus lauter Eigenvektoren der Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$