1. Die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ sei definiert durch
$$f(x, y, z) = e^{(x-y+z)(x+y-z)}.$$
Man zeige, dass alle partiellen Ableitungen erster Ordnung von f in $(0, 0, 0)$ verschwinden. Liegt ein Extremum im Nullpunkt vor?
Man bearbeite die Aufgabe analog für $f(x, y, z) = e^{-(x^2+y^2+z^2)}$.

2. Die quadratischen Formen q_1, q_2 seien für $\vec{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ definiert durch:
$$q_1(\vec{x}) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_2^2, \quad q_2(\vec{x}) = 15x_1^2 + 60x_1x_2.$$
Man bestimme eine Basis, so dass q_1 und q_2 gleichzeitig Hauptachsenform erhalten.

3. Die Quadrik Q des $\mathbb{R}^3$ sei gegeben durch die Gleichung
$$x^2 + y^2 - z^2 + 2pxz + 2pyz - 2x - 4y + 2z = 0.$$
Wie muß der reelle Parameter p gewählt werden, damit Q ein Kegel wird?

4. Wie müssen die positiven Zahlen p und q gewählt werden, damit die Gleichung
$$x^2 - y^2 + 3z^2 + (px + qy)^2 - 1 = 0$$
einen Kreiszylinder darstellt?

5. Man bestimme den Typ der folgenden Quadrik im $\mathbb{R}^2$:
$$x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y + 5 = 0.$$