1. (LA I, Übungsblatt 12, Aufgabe 4.)
   Seien $a_1, \cdots, a_n$ reelle Zahlen. Man beweise:
   $$(a_1 + \cdots a_n)^2 \leq n(a_1^2 + \cdots a_n^2).$$

2. (LA I, Übungsblatt 12, Aufgabe 5.)
   Es sei V ein euklidischer oder unitärer Vektorraum,
   $A = \{\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_m\} \subseteq V$. Die Gramsche Determinante von A wird definiert durch: $G_r(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_m) = \det(\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j)$. Man zeige:
   (a) Sei B eine ONB von $[A]$. Die Matrix S habe in den Spalten die Koordinatenvektoren von A bzgl. B. Dann ist $(\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j) = S^T\overline{S}$.
   (b) $G_r(\vec{a}_i, \ldots, \vec{a}_m) = |\det S|^2 > 0$, wenn A linear unabhängig ist.
   (c) $G_r(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_m) = 0 \Leftrightarrow \vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_m$ ist linear abhängig.

3. Es sei P_1, P_2, P_3, P_4 ein Viereck in einem Vektorraum. Es sei M_1 der Mittelpunkt von $\overrightarrow{P_1 P_2}$, M_2 der Mittelpunkt von $\overrightarrow{P_2 P_3}$, M_3 der Mittelpunkt von $\overrightarrow{P_3 P_4}$ und M_4 der Mittelpunkt von $\overrightarrow{P_4 P_1}$.
   Man zeige, dass M_1, M_2, M_3, M_4 ein Parallelogramm bilden.

4. Man zeige, dass sich die Höhen eines Dreieckes in einem Punkt schneiden.

5. Es sei H der Schnittpunkt der Höhen, M der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten und S der Schwerpunkt eines Dreieckes. (Zeichnen Sie dies für ein nicht gleichseitiges Dreieck!) Zeigen Sie, dass diese drei Punkte auf einer Geraden liegen, der sogenannten Eulergeraden.