1. Man beweise:

   a) $SO(2)$ ist abelsch.
   b) $O(2)$ ist nicht abelsch.
   c) $SO(3)$ ist nicht abelsch.

2. Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch und positiv definit, dann gibt es eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $A = B^2$.

3. Man bestimme Extremwerte und Extremalstellen der folgenden quadratischen Form q auf der Einheitssphäre des $\mathbb{R}^3$.

$$q(\vec{x}) = 4x_1^2 + 4x_2^2 - 8x_3^2 - 10x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

4. Es sei V ein euklidischer Raum. Eine Abbildung $f : V \to V$ heißt eine Bewegung oder Kongruenz von V, wenn f abstandserhaltend ist, d.h., wenn für alle $\vec{x}, \vec{y} \in V$ gilt:

$$\| f(\vec{x}) - f(\vec{y}) \| = \| \vec{x} - \vec{y} \| .$$

   Man beweise:

   a) Jede Bewegung f von V hat eine eindeutige Darstellung $f = t_{\vec{a}} \circ \varphi$ mit einer Translation $t_{\vec{a}}$ und einer Isometrie φ. (Ist $\varphi \in$ SO (V), dann heißt f eine eigentliche Bewegung.)
   b) Die Bewegungen von V bilden eine Gruppe $Bw(V) \subseteq Af(V)$.