



1. Für $f \in \text{Hom } V$ sei $m_f = x^2 + x + 1$. Man bestimme m_{f^2} .

Alte Klausuraufgaben

2. Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie das Minimalpolynom $m_A(x)$.
b) Entscheiden Sie anhand des Minimalpolynoms, ob A
b1) im Reellen, bzw.
b2) im Komplexen diagonalisierbar ist.
3. Bestimmen Sie zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

eine Diagonalmatrix D und eine orthogonale Matrix S mit $D = S^{-1}AS$.

4. Zeigen Sie, dass die Matrix A eine Isometrie definiert.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\sqrt{3} - \frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\sqrt{2} \\ \frac{1}{4}\sqrt{3} - \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\sqrt{2} \\ \frac{1}{4}\sqrt{2} & \frac{1}{4}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Bestätigen Sie, dass $(1, -1, 0)$ die Drehachse ist. Welcher Drehwinkel liegt vor?
($\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.) Deuten Sie in einer Skizze Drehachse
und Drehrichtung an.