

Lokale Extrema unter Nebenbedingungen

Voraussetzungen:

$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, Nebenbedingungen der Form

$g_\kappa(x_1, \dots, x_n) = 0$, $\kappa = 1, \dots, k$,

f, g_κ stetig differenzierbar.

Rangbedingung in fraglichen Punkten x^* erfüllt:

$$\text{Rang} \left. \frac{\partial(g_1, \dots, g_k)}{\partial(x_1, \dots, x_n)} \right|_{x^*} = k$$

1. Aufstellen der Funktion

$$F := f + c_1 g_1 + \dots + c_k g_k.$$

2. Gleichungssystem aufstellen:

$$\frac{\partial F}{\partial x_\nu} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\nu = 1, \dots, n)$$
$$g_\kappa = \frac{\partial F}{\partial c_\kappa} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\kappa = 1, \dots, k)$$

und lösen.

3. Prüfen, ob Extrema vorliegen.