Technische Universität Clausthal
Institut für Mathematik
Prof. Dr. L. G. Lucht
Dr. C. Elsholtz

SS 2001
25.06.2001

Ingenieurmathematik II

9. Übungsblatt

(P1) Es sei $f(x,y) = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ für $(x,y) \neq (0,0)$. Berechnen Sie die drei Grenzwerte, sofern sie existieren.

(a) $\lim\limits_{x\to 0}\Big(\lim\limits_{y\to 0} f(x,y)\Big)$,

(b) $\lim\limits_{y\to 0}\Big(\lim\limits_{x\to 0} f(x,y)\Big)$,

(c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$.

Kann die Funktion f im Punkt $(0,0)$ stetig ergänzt werden?

(P2) Gegeben sei f mit $f(x,y) = \arctan \frac{y}{x}$ für $x \neq 0$ und $v = (1, \sqrt{3})$. Bestimmen Sie die Jacobimatrix, die Hessematrix, die Richtungsableitung f'_v und Δf.

(P3) Gegeben seien

$$f_1(x,y) = c + x^2 + 4y^2,\ \ f_2(x,y) = c + x^2 - 2y^2,$$
$$f_3(x,y) = c + x^2 + 3y^4,\ \ f_4(x,y) = x^2 + 3xy + y^2.$$

Berechnen Sie jeweils die Hessematrix und untersuchen Sie die Funktionen an den stationären Punkten (Extremstellen, Sattelpunkte). Skizzieren Sie die Funktionen jeweils, (z.B. für $c = 0$).

(P4) Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = -(x^2+y^2)^2 + x^2 - y^2$ auf Extremstellen und Sattelpunkte.

(H1) (Nicht zum Abgeben!)
Geben Sie alle stationären Stellen (Sattelpunkte, Extremstellen) von $f(x,y,z) = (x^2-4)y$ auf $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16\}$ an und untersuchen Sie, ob ein Sattelpunkt, Minimum oder Maximum vorliegt. Geben Sie die absoluten Extrema an. (Hinweis: Untersuchen Sie das Innere und den Rand getrennt!)

Diese Aufgabe wird in der nächsten kleinen Übung besprochen!