Name	Vorname		Fachrichtung	Fachsemester
Matrikel-Nr.	Punkte	Bonuspunkte	Summe	Note

(K1)	(K2)	(K3)	(K4)	(K5)	(K6)

☐ *Ggf. ankreuzen: Mit Aushang des Ergebnisses unter meiner Matrikel-Nr. bin ich einverstanden.*

Technische Universität Clausthal
Institut für Mathematik
Prof. Dr. L. G. Lucht
Dr. C. Elsholtz

SS 2001
10. Juli 2001

Klausur zur Ingenieurmathematik II

Wählen Sie von den nachstehenden sechs Aufgaben vier zur Bearbeitung aus.

(K1) Untersuchen Sie die rekursiv erklärten Folgen (a_n), (b_n) auf Konvergenz und geben Sie ggf. den Grenzwert an:

(a) $a_0 = 1, \quad a_{n+1} = \dfrac{a_n}{2} - \dfrac{1}{a_n},$ (b) $b_0 = 1, \quad b_{n+1} = \sqrt{1 + b_n}\,.$

(K2) Bestimmen Sie ein quadratisches Polynom $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ derart, dass

$$f(x) = P(x)\, e^{-x} \quad (x \in \mathbb{R})$$

lokale Extrema in $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$ besitzt und $\big(f(0)\big)^2 = f(1) \neq 0$ gilt. Skizzieren Sie den Graphen von f.

(K3) Berechnen Sie

(a) eine Stammfunktion $F(x)$ von $f(x) = \dfrac{\arctan x}{x^2}$ auf $\mathbb{R}_+$,

(b) das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_1^\infty f(x)\, dx$, falls es existiert.

(K4) Bestimmen Sie Lage und Wert der absoluten Extrema der Funktion

$$f(x,y) = y e^{-x}$$

auf der abgeschlossenen Kreisscheibe $x^2 + y^2 \leq 2$.

Bitte Rückseite beachten!

(K5) Es sei $0 \neq \alpha \in \mathbb{R}$.

(a) Welche homogene lineare DGL minimaler Ordnung mit konstanten Koeffizienten hat die Fundamentallösungen $y_1(x) = e^{2x} \cos \alpha x$ und $y_2(x) = e^{2x} \sin \alpha x$?

(b) Für welche Werte von α besitzt diese DGL unter den Randbedingungen $y(0) = y(1) = 0$ nicht-triviale Lösungen, und wie lauten sie?

Hinweis: (b) kann ohne Kenntnis der DGL aus den Angaben in (a) gelöst werden.

(K6) Gegeben seien die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und der Bereich B durch

$$f(x, y) = xy^2, \quad B = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : y \leq x \text{ und } x^2 + y^2 \leq 4\right\}.$$

Berechnen Sie das Integral

$$\iint_B f(x, y)\, d(x, y).$$