

10. Übungsblatt für den 21.6.2017

- 10-1** Untersuchen Sie, ob $f = X^4 + 6X^3 + 12X^2 + 12X + 7$ irreduzibel über \mathbb{Q} ist.
- 10-2** Eine Zahl $r \in \mathbb{R}$ heißt algebraisch über \mathbb{Q} , wenn sie Nullstelle eines Polynoms $f \in \mathbb{Q}[x]$ ist, ($f \neq 0$).
- Zeigen Sie, dass die Menge der algebraischen Zahlen über \mathbb{Q} abzählbar ist. (Hinweis: definieren Sie eine geeignete Meßgröße, die zu einem Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten $f = a_d x^d + \dots + a_1 x + a_0$ eine Zahl N ermittelt. Vergleichen Sie auch den Beweis, dass \mathbb{Q} abzählbar ist.)
- 10-3** Zeigen Sie, dass $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} + d\sqrt{6} : a, b, c, d \in \mathbb{Q}\}$. Gibt es ein $\alpha \in \mathbb{R}$, so dass $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ gilt?
- 10-4** In Abschnitt 4.5 werden 2 Operationen definiert, die wir mit Zirkel und Lineal durchführen können:
- Operation 1, Lineal: Durch zwei gegebene Punkte kann man eine Gerade legen.
- Operation 2, Zirkel: Man kann einen Kreis zeichnen, wobei der Mittelpunkt P_0 ein bereits konstruierter Punkt ist und der Radius r gleich dem Abstand von P_0 zu einem anderen bereits konstruierten Punkt P_1 ist. Neue Punkte erhält man als Schnittpunkte von den konstruierten Geraden oder Kreisen. Ein Punkt gilt als konstruierbar, wenn er durch eine endliche Anzahl von Anwendungen der Operationen 1 und 2 konstruierbar ist.
- Gegeben seien zwei Punkte P_0 und P_1 mit Abstand $|P_0 P_1| = a$, und ein Punkt P_2 mit Abstand $|P_0 P_2| = b$.
- Zeigen Sie, wie man mit den Operationen "multiplizieren" kann, d.h. 2 Punkte konstruieren kann, die den Abstand ab haben. (Hinweis: Strahlensätze der Geometrie.)
 - Zeigen Sie, dass man zwei Punkte mit Abstand \sqrt{a} konstruieren kann. (Hinweis: Höhensatz von Euklid).

Info:

Für Vorlesungs-Klausur am Donnerstag 22.6. (8.00-10.00, HS H; TU) bitte (im tugraz-online) anmelden, wenn Sie teilnehmen möchten.

(Prüfungsstoff bei diesem ersten Termin: alles bis Abschnitt 4.2. Bei späteren Terminen alles bis Abschnitt 4.5).

Übungs-klausur: Mittwoch 28.6. ab 19.15-20.45

Raumeinteilung (alle Hörsäle an KF):

HS 12.01 Gruppe Baur und Gruppe 1 (10-11) Elsholtz

HS 15.03 Gruppe Kainrath und Gruppe 2 (11-12) Elsholtz

HS 15.14 Gruppe Andritsch und Gruppe 3 (12-13) Elsholtz

Übung am 21.6.: Die KF-Gruppen werden direkt über evtl. Raumwechsel informiert