

10. Übungsblatt für den 3.6.2019

- 10-1** Untersuchen Sie, ob $f = X^4 + 6X^3 + 12X^2 + 12X + 7$ irreduzibel über \mathbb{Q} ist.
- 10-2** Zeigen Sie, dass $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} + d\sqrt{6} : a, b, c, d \in \mathbb{Q}\}$, (das heißt insbesondere, sind alle Brüche von der Form der rechten Seite?)
Gibt es ein $\alpha \in \mathbb{R}$, so dass $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ gilt?
Zeigen Sie, dass $2^{1/3} \notin \mathbb{Q}(\sqrt{2})$.
- 10-3** Es sei $f \in \mathbb{Z}[x]$ und habe die Nullstelle $x_1 = \sqrt{2} - \sqrt{5} \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie das Minimalpolynom $m \in \mathbb{Z}[x]$ von x_1 . (Hinweis: zeigen Sie, dass alle $\pm\sqrt{2} \pm \sqrt{5}$ Nullstellen von m sind.)
Daher gilt: $m|f$, (das Polynom m teilt das Polynom f .)
- 10-4** In Abschnitt 4.5 werden 2 Operationen definiert, die wir mit Zirkel und Lineal durchführen können:
Operation 1, Lineal: Durch zwei gegebene Punkte kann man eine Gerade legen.
Operation 2, Zirkel: Man kann einen Kreis zeichnen, wobei der Mittelpunkt P_0 ein bereits konstruierter Punkt ist und der Radius r gleich dem Abstand von P_0 zu einem anderen bereits konstruierten Punkt P_1 ist. Neue Punkte erhält man als Schnittpunkte von den konstruierten Geraden oder Kreisen. Ein Punkt gilt als konstruierbar, wenn er durch eine endliche Anzahl von Anwendungen der Operationen 1 und 2 konstruierbar ist.
Gegeben seien zwei Punkte P_0 und P_1 mit Abstand $|P_0P_1| = a$, und ein Punkt P_2 mit Abstand $|P_0P_2| = b$. Der Abstand 1 sei auch als Abstand von 2 Punkten gegeben.
a) Zeigen Sie, wie man mit den Operationen "multiplizieren" kann, d.h. 2 Punkte konstruieren kann, die den Abstand ab haben. (Hinweis: Strahlensätze der Geometrie.)
b) Zeigen Sie, dass man zwei Punkte mit Abstand \sqrt{a} konstruieren kann. (Hinweis: Höhensatz von Euklid).

Info:

Dies ist das letzte Übungsblatt!

Für Vorlesungs/Übungs-Klausur bitte (im tugraz-online) anmelden, wenn Sie teilnehmen möchten.
Falls das technisch nicht möglich ist, bitte email an mich.

Da viele sich bereits für Übungsklausur aber noch nicht Vorlesungs-klausur angemeldet haben, mache ich Ihnen Mut:

Ich glaube, Sie werden nie besser vorbereitet sein, als jetzt, (zumindest wenn Sie ohnehin für die Übungsklausur lernen!)

In der Woche vor Klausuren finden noch Tutorien statt, Termine werden noch bekanntgegeben.

Wenn Sie Druckfehler im Skript oder "Übungsblättern gefunden haben, freue ich mich, wenn Sie mir diese mitteilen.