2. Klausur Mathematik f. Chem. 2, 18.6.2018, A

Name, Vorname	Matr.nummer	

Aufgabe	1	2	3	4		$\sum$	
Max. Punkte	5	5	5	6		21	
erreichte Punkte							

1. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:
$$B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}.$$
Bestimmen Sie (falls möglich) eine Matrix S, so dass $S^{-1}BS$ eine Diagonalmatrix ist.

2. Es sei $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = x^2 y$. Bestimmen Sie das Maximum der Funktion f für alle Punkte (x, y) mit $x, y \geq 0$ und $x + y = 60$. Begründen Sie sorgfältig, warum ein Maximum vorliegt.

3. Zur untenstehenden Differentialgleichung geben Sie
a) die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung an.
b) Suchen Sie (z.B. mit Variation der Konstanten) eine spezielle Lösung, und
c) geben Sie dann die allgemeine Lösung $y(x)$ der inhomogenen Differentialgleichung an.
$$y' + 3y = 2\cosh x.$$

4. Es sei $0 \leq h_1 \leq h_2$ und $F_{h_1,h_2} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, h_1 \leq z \leq h_2\}$ ein dreidimensionaler Körper.
a) Fertigen Sie für $h_1 = 0, h_2 = 3$ eine grobe Skizze an, was beschreibt die Figur geometrisch?
b) Berechnen Sie das Volumen $V_{h_1,h_2} = \int\int\int_{F_{h_1,h_2}} 1\, dV$ von F_{h_1,h_2}.
(Falls Sie Zeit haben, versuchen Sie dies auf zwei Wegen zu rechnen, mit und ohne Integration.)
c) Es ist nun $h_1 = 1, h_2 = 3$. Überlegen Sie, wo -ungefähr- der Schwerpunkt $S = (x_S, y_S, z_S)$ liegt, mit kurzer Begründung. (Keine exakte Rechnung notwendig.)

(Hinweis für geeignete Koordinaten: $x = r\cos\phi, y = r\sin\phi, z = z$, mit $\det J = r$.)

Viel Erfolg!