

# Mathematik 2 für ChemikerInnen im Sommersemester 2020

## 5. Übungsblatt

17. Erhitzt man Kaliumdichromat auf über  $500^{\circ}\text{C}$ , so zerfällt es in Kaliumchromat, Chromoxid und Sauerstoff. Die Reaktionsgleichung ist:



Hierbei sind die  $x_i$  positive ganze Zahlen. Stellen Sie aus der Reaktionsgleichung das Gleichungssystem auf, (wobei Grundgesetze der Chemie zu verwenden sind). Schreiben Sie das System in Matrixschreibweise und bestimmen Sie alle Lösungen  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  und die Lösung mit den kleinsten  $x$ -Werten.

18. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme. Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen!

(a)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -3 \\ -3 & 8 & 11 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

19. Bestimmen Sie alle  $a \in \mathbb{R}$ , für die das Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & a^2 - 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$$

- (a) keine Lösung,  
(b) eine eindeutig bestimmte Lösung,  
(c) beliebig viele Lösungen besitzt.

Geben Sie bei den zwei letzten Fällen die Lösungsmenge an!

20. Berechnen Sie für die folgenden Matrizen jeweils die Inverse, falls diese existiert.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

21. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ \alpha & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

mit  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Für welche Werte von  $\alpha$  existiert die inverse Matrix? Für diese Werte auch die Inverse angeben.

22. Berechnen Sie die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

einerseits mit der Regel von Sarrus, andererseits mit der Entwicklung nach der ersten Zeile ((oder Spalte)).

Ich möchte die Gelegenheit nutzen, mich bei den Mitarbeitern zu bedanken, insbesondere auch für das Erstellen der schönen Videos zu den Übungen. Vermutlich sind diese Videos für viele von Ihnen besser geeignet, um die schwereren Aufgaben im Detail zu sehen, als beim Tafelvorrechnen.

Bitte wie üblich bis Freitag 8.00 Uhr ankreuzen, und bis 10.00 die Lösungen hochladen. (File Obergrenze ist 100MB, auch wenn 10MB sicher problemlos reichen sollte.)