Klausur Mathematik f. Chem. 2, 16.06.2020, A

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\sum$	B
Max. Punkte	10	10	10	10		40	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!							
erreichte Punkte							

vorgesehene Zeit: 100 Minuten.

Ergänzung zur Formelsammlung:
$\int \cos^2(\alpha)\, d\alpha = \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}\sin(2\alpha) + C.$
$\int \cos^4(\alpha)\, d\alpha = \frac{3\alpha}{8} + \frac{1}{4}\sin(2\alpha) + \frac{1}{32}\sin(4\alpha) + C.$

1. (a) Berechnen Sie $\int_2^5 \frac{1}{x(x+2)}\, dx$.

   (b) Es sei $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 2, x^2 + y^2 \le 4\}$. Zeichnen Sie B (eine Einheit von x und y als 1cm).
   Berechnen Sie den Wert des Integrals

   $$\iint_B x^2 y^2\, dx\, dy.$$

2. (a) Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Winkel. Berechnen Sie die Determinante der Matrix

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{pmatrix}.$$

   (b) Es sei

   $$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

   Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix B, und daraus eine Matrix S, so dass $D = S^{-1}BS$ eine Diagonalmatrix ist. Geben Sie D an.

3. Es seien $x, y, z \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie das globale Minimum der Funktion $f(x,y,z) = \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{2}$ unter der Nebenbedingung $x + y + z = 11$. Erklären Sie Ihre Methode und begründen Sie warum ein Minimum vorliegt, und warum es global ist.
   Untersuchen Sie, ob es ein Maximum gibt. (Wenn ja, bitte angeben, wenn nein, begründen, warum nicht.)

4. Geben Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung an:

   $$y'' - 2y' = e^x \sin x.$$

   (Hinweis: bitte explizit die allgemeine Lösung der homogenen DGL und eine spezielle Lösung der inhomogenen DGL angeben.)

Viel Erfolg!