

Beispiele

Beispiel 1: Drehung

Gegeben sei

$$M = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 3 & \sqrt{3} \\ 0 & -2 & 2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}.$$

- Zeigen Sie, dass M eine orthogonale Matrix ist.
- Zeigen Sie: Die zu M gehörende Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ist eine Drehung.
- Geben Sie Drehachse und Drehwinkel mit Drehrichtung an.
- Man gebe eine Basistransformation mit einer orthogonalen Matrix S an, so dass

$$Dr = SMS^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Tabelle von Cosinuswerten

Winkel in Grad	(abgeschnittener) Cosinus-wert	Winkel	Cosinus-wert
5	0.996	95	-0.087
10	0.984	100	-0.173
15	0.965	105	-0.258
20	0.939	110	-0.342
25	0.906	115	-0.422
30	0.866	120	-0.5
35	0.819	125	-0.573
40	0.766	130	-0.642
45	0.707	135	-0.707
50	0.642	140	-0.766
55	0.573	145	-0.819
60	0.5	150	-0.866
65	0.422	155	-0.906
70	0.342	160	-0.939
75	0.258	165	-0.965
80	0.173	170	-0.984
85	0.087	175	-0.996
90	0	180	-1

Winkel	Cosinus-wert	Winkel	Cosinus-wert
185	-0.996	275	0.087
190	-0.984	280	0.173
195	-0.965	285	0.258
200	-0.939	290	0.342
205	-0.906	295	0.422
210	-0.866	300	0.5
215	-0.819	305	0.573
220	-0.766	310	0.642
⋮	⋮	⋮	⋮
265	-0.087	355	0.996
270	0	360	1

Beispiel 2: Potenzen von Matrizen

Gegeben sei eine Matrix A . Man gebe ein Verfahren an, um effizient A^{100} zu berechnen.

$A^{100} = A \cdot A \cdot A \cdots A$ ist zu aufwendig, und anfällig für Rundungsfehler.

Man definiere e^A bzw.

$$\exp(A) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!}.$$

Man berechne dies für $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.