Technische Universität Clausthal
Institut für Mathematik
Prof. Dr. L. G. Lucht
Dr. C. Elsholtz

WS 2000/2001
24.10.2000

Ingenieurmathematik I
2. Übungsblatt

(P1) (a) Schreiben Sie als gewöhnliche Brüche in der Gestalt $x = \frac{n}{m}$ mit $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$:

(i) $x = 0,1723$, (ii) $x = -3,17\overline{23}$, (iii) $x = 1,\overline{1723}$.

(b) Geben Sie die Dezimalbruchdarstellung für folgende Brüche an:

(i) $x = \frac{1}{16}$, (ii) $x = -\frac{33}{17}$, (iii) $x = \frac{6}{125}$.

(P2) (a) Es seien $a_1, \ldots, a_n$, $b_1, \ldots, b_n$ reelle Zahlen, und es sei $A_k = \sum_{j=1}^{k} a_j$ für $0 \le k \le n$. Beweisen Sie

$$\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = A_n b_n + \sum_{k=1}^{n-1} A_k \big(b_k - b_{k+1}\big).$$

Hinweis: $a_k = A_k - A_{k-1}$.

(b) Beweisen Sie

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

durch Anwendung der Formel aus (a).

(P3) Zeigen Sie, daß unter den Rechtecken mit dem Umfang U das Quadrat den größten Flächeninhalt besitzt.

(P4) Es seien $x_1, x_2, \ldots$ positive Zahlen. Beweisen Sie, daß für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\Big(\sum_{\nu=1}^{n} x_\nu\Big) \cdot \Big(\sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{x_\nu}\Big) \ge n^2.$$

(H1) Gegeben seien die nichtleeren Mengen X, Y und die Abbildung $f : X \to Y$. Ferner seien $M_1, M_2 \subseteq X$. Beweisen Sie:

(a) $f\big(M_1 \cup M_2\big) = f(M_1) \cup f(M_2)$, (b) $f\big(M_1 \cap M_2\big) \subseteq f(M_1) \cap f(M_2)$.

(c) Geben Sie ein Beispiel dafür, daß in (b) keine Gleichheit bestehen muß.

(H2) (a) Für genau welche natürlichen Zahlen n gilt $4^n \ge n^4$? Begründung?

(b) Für alle natürlichen Zahlen n sei

$$s_n = \sum_{1 \le \nu < 2^n} \frac{1}{\nu}.$$

Beweisen Sie: Für alle $n \ge 2$ gilt $\frac{n}{2} < s_n < n$. Hinweis: Betrachten Sie die Summen

$$\sum_{2^j \le \nu < 2^{j+1}} \frac{1}{\nu}.$$

Name	Vorname	Fachrichtung	Fachsemester	Ü-Gruppe	Punkte

Technische Universität Clausthal
Institut für Mathematik
Prof. Dr. L. G. Lucht
Dr. C. Elsholtz

WS 2000/2001
24.10.2000

Ingenieurmathematik I
2. Hausübungsblatt

1. Gegeben seien die nichtleeren Mengen X, Y und die Abbildung $f : X \to Y$. Ferner seien $M_1, M_2 \subseteq X$. Beweisen Sie:
   (a) $f\big(M_1 \cup M_2\big) = f(M_1) \cup f(M_2)$,
   (b) $f\big(M_1 \cap M_2\big) \subseteq f(M_1) \cap f(M_2)$.
   (c) Geben Sie ein Beispiel dafür, daß in (b) keine Gleichheit bestehen muß.

2. (a) Für genau welche natürlichen Zahlen n gilt $4^n \geq n^4$? Begründung?
   (b) Für alle natürlichen Zahlen n sei
   $$s_n = \sum_{1 \leq \nu < 2^n} \frac{1}{\nu} .$$
   Beweisen Sie: Für alle $n \geq 2$ gilt $\frac{n}{2} < s_n < n$. Hinweis: Betrachten Sie die Summen
   $$\sum_{2^j \leq \nu < 2^{j+1}} \frac{1}{\nu} .$$

Abgabe der Lösungen
mit diesem Deckblatt vor Ihrer kleinen Übung in der Woche vom 30.10. bis 03.11.2000.