53. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kettenlinie $y = a\cosh(\frac{x}{a})$, $0 \le x \le b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

54. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation der Kettenlinie $y = a\cosh(\frac{x}{a})$ $(-a \le x \le a)$ um die x-Achse entsteht.

55. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation der Kurve $y^2 - x^2 = 1$ $(-1 \le x \le 1,\ y > 0)$ um die x-Achse entsteht.

56. Untersuchen Sie die folgende Funktion auf Stetigkeit:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

57. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D und die partiellen Ableitungen erster Ordnung nach allen auftretenden Variablen im Innern B von D.

(a) $f(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$; (b) $f(x,y) = x^3 - 2x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + 10$;

(c) $f(x,y) = \dfrac{x-y}{\sqrt{x+2y}}$;

58. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = \frac{y}{1+x^2}$.
a) Man berechne grad $f(x,y)$
b) Man berechne die Richtungsableitung an der Stelle $\vec{x}_0 = (1,2)$ in Richtung $(3,4)$.
c) In welche Richtungen (vom Punkt $\vec{x}_0 = (1,2)$) ist die Steigung c1) maximal, c2) minimal, c3) gleich Null?
d) Man bestimme die Tangentialebene an f im Punkt $\vec{x}_0 = (1,2)$.

59. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = yx^2(4-x-y)$.
Man berechne die partiellen Ableitungen bis zur zweiten Ordnung und daraus die Hessematrix.

Sonstige Info:
Der 2. Test findet in P1 statt.
Weitere Vorlesungstermine:
Keine Vorlesung am Dienstag 18.1., (wegen der Klausur).
Die letzte Vorlesung findet am Freitag 21.1. statt. (Damit haben wir dann ca 60 Vorlesungsstunden, das ist genau die richtige Anzahl laut Studienplan)
Das letzte Konversatorium findet am 26.1. statt.
Die letzte Übung am 28.1.