11. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{l=0}^{n} \binom{n}{l} = 2^n$.

    Sei A eine Menge mit n Elementen. Zeigen Sie: Die Anzahl der Paare (B, C) disjunkter Teilmengen B, C von A ist 3^n .

12. Lösen Sie folgende Ungleichungen über den reellen Zahlen.

    (a) $\frac{x-3}{1-2x} < 0$,

    (b) $3 - x^2 + 2x > 0$,

    (c) $\frac{x}{x-2} > \frac{x-3}{3x-1}$.

    Anmerkung: Es sollen tatsächlich die *Un*gleichungen direkt gelöst werden, d.h., es sollen nicht die entsprechenden Gleichungen gelöst und einzelne „Probe"-Punkte eingesetzt werden.

13. Die Menge $S = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Z}\}$ ist ein Ring.

    (a) Beweisen Sie exemplarisch die folgenden Rechengesetze: für $s_1, s_2, s_3 \in S$, also $s_i = a_i + b_i\sqrt{2}$ (für $i = 1, 2, 3$), gilt $s_1 s_2 = s_2 s_1$, und $s_1(s_2 + s_3) = s_1 s_2 + s_1 s_3$.

    (b) Zeigen Sie, dass $s_1 s_2 \in S$. Warum ist S kein Körper?

    (c) Es sei $T = \{\frac{a+b\sqrt{2}}{c+d\sqrt{2}} : a, b, c, d \in \mathbb{Z}, (c, d) \neq (0, 0)\}$ und $U = \{r_1 + r_2\sqrt{2} : r_1, r_2 \in \mathbb{Q}\}$. Zeigen Sie, dass $T = U$ gilt. Ist T ein Körper?

14. Beweisen Sie: $\sqrt{5}$ ist irrational.

    Hinweis: Für einen Zwischenschritt kann es helfen, durch Fallunterscheidung zu beweisen: für eine natürliche Zahl n gilt: Wenn n^2 durch 5 teilbar ist, dann ist auch n durch 5 teilbar.

Prüfungen: Die Prüfungen für T1a am 5.11. und für alle (T1 und T1a) am 30.11. werden in den nächsten Tagen zum Anmelden freigeschaltet, (tugraz-online). (Telematiker bitte für den 5.11. anmelden, die Sekretärin wird Sie dann automatisch auch für den 30.11. anmelden.)