15. Sind die folgenden Folgen konvergent? Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an. Ebenso, wenn ein Grenzwert g existiert, geben Sie für alle $\varepsilon > 0$ ein N_ε and, so dass für alle $n \geq N_\varepsilon$ gilt $|a_n - g| < \varepsilon$.
    (a) $a_n = \dfrac{(n+1)(n^2-1)}{(5n-1)(4n^2+1)}$,
    (b) $b_n = \dfrac{(n+1)(n^3-1)}{(2n^2+1)(3n+1)}$.
    (c) $c_n = \dfrac{(n^2+1)(3n^2+1)}{(2n^2+3)(2n^2+1)}$.

16. Sind die folgenden Folgen konvergent? Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.
    (a) $\dfrac{\sqrt{16n^2+11}}{13n+1}$,
    (b) $\dfrac{n^2}{3^n}$,
    (c) $\dfrac{3^n}{n^2}$,
    (d) $\cos(n\pi)$,
    (e) $\sin(n\pi)$,
    (f) $\dfrac{2^n}{n!}$,
    (g) $2 + \dfrac{\cos n\pi}{n^5+11}$,
    (h) $\dfrac{1}{n(n+1)} + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)} + \cdots + \dfrac{1}{(3n-1)3n}$.

17. Bestimmen Sie das Konvergenzverhalten der Folge
$$x_n = \sqrt{n^2+21n+11} - \sqrt{n^2+20}$$
sowie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

18. Untersuchen Sie die durch
$$x_0 = \frac{3}{2}, \qquad x_{n+1} = \frac{2}{3-x_n} \quad (n \geq 0)$$
rekursiv definierte Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

Hinweis: 1) Sie können (ohne Beweis) benutzen, dass für eine Folge positiver reeller Zahlen a_n mit Grenzwert a, die Folge $\sqrt{a_n}$ den Grenzwert $\sqrt{a}$ hat.
2) Man kann mit der binomischen Formel einen Ausdruck für $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ finden.
3) Zeigen Sie in 18., dass die Folge durch $1 \leq x_n \leq \frac{3}{2}$ beschränkt und monoton fallend ist.

Info: am 26.10. und 2.11. finden wegen Feiertagen keine Übungen/Vorlesungen statt. Obige Aufgaben sind zum Üben gedacht, aber nicht zum Ankreuzen bezüglich des Übungspunktesystems.

Erinnerung: bitte zur Klausur im Tug-online anmelden.