21. Zeigen Sie: $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2+1}+\frac{2}{n^2+2}+\cdots+\frac{n}{n^2+n})=\frac{1}{2}$.
Hinweis: Schätzen Sie den Klammer-Ausdruck geeignet nach oben und unten ab, und zeigen Sie von den beiden neuen Folgen, dass sie den Grenzwert $\frac{1}{2}$ besitzen!

22. Bestimmen Sie die Häufungspunkte der nachstehenden Folgen (x_n) :

$$(a)\ x_n=\frac{1}{2}(-1)^n+\frac{1}{3}(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}},\quad (b)\ x_n=2[1+(-1)^n]+3(-1)^{n+1},$$

$$(c)\ x_{n+1}=(-1)^{n+1}[x_n+(-1)^n],\ x_1=1,\ n\in\mathbb{N}.$$

23. Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n)!}{(n!)^3\,c^n}$ für $c=10$ und $c=50$.

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2n}(2n)!}{(4n)!}$

24. Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}+(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

alternierend ist. Ist sie auch konvergent?

25. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil, den Betrag und die konjugiert komplexe Zahl zu $(\frac{1-i}{1+i})^n,\ n\in\mathbb{Z}$.

26. Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2-3i)^n}{n^4}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2-3i)^n}{n!}$.