

27. Lösen Sie folgende Gleichungen über den komplexen Zahlen. Geben Sie jeweils Real- und Imaginärteil der Lösung an.

(a)  $z^2 - 7z + (13 + i) = 0$ ,

(b)  $z^2 + 3z + (6 + 2i) = 0$ .

28. Bestimmen Sie:

(a) Die Quadratwurzeln von  $-i$ .

(b) Zeigen Sie, dass  $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  eine sechste Wurzel aus 1 ist.

29. Berechnen Sie Realteil, Imaginärteil und Betrag von  $z \in \mathbb{C}$ , sowie  $z^2$  und  $|z|^2$ .

a)  $\frac{1+i}{1+2i}z = \frac{2-2i}{1-3i}$     b)  $z = \frac{i+4}{2i-1}$     c)  $z = (2-i)^2 - 7 + 3i$

30. Man skizziere die folgenden Punktmengen in der Gauß'schen Zahlenebene:

(a)  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z+1| \leq |z-1|\}$

(b)  $\{z \in \mathbb{C} \mid 1 < |z-3i| < 7\}$

(c)  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z^2 - z| \leq 1\}$

(d)  $\{z \in \mathbb{C} \mid z\bar{z} + z + \bar{z} < 0\}$

(e)  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z-i| + |z+i| \leq 3\}$

(f)  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z^2 \leq 4\}$

31. Für die nachstehende Funktionen ist zu jedem  $\epsilon > 0$  ein  $\delta_\epsilon > 0$  so zu bestimmen, dass aus  $|x - x_0| < \delta_\epsilon$  die Beziehung  $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$  folgt.

$$f(x) = x^3, \quad D(f) = \mathbb{R}.$$

32. Untersuchen Sie, in welchen Punkten die folgenden Funktionen  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig sind:

(a)  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{falls } x < 0 \text{ oder } x > 1 \\ x^2 & \text{sonst} \end{cases}$  (Skizze!)

(b)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{falls } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x & \text{sonst} \end{cases}$  (Skizze!)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit in  $[-\pi, \pi]$ :

(c)  $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$  (Skizze!)

(d)  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$  (Skizze!)