

42. Ersetzen Sie folgende Funktionen durch ihre Taylorpolynome des angegebenen Grades, und schätzen Sie den Fehler im angegebenen Bereich ab:

a)  $f(x) = \sin(x)$  durch  $T_3(f, x, 0)$  in  $|x| \leq 1/10$

b)  $f(x) = \arctan(x)$  durch  $T_3(f, x, 0)$  in  $|x| \leq 1/10$

43. Diskutieren Sie die folgenden reellen Funktionen (Skizzieren!):

(a)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(b)  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

(c)  $f(x) = x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$

(d)  $f(x) = x \ln(x)$

(e)  $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x}$

(f)  $f(x) = e^{-x} \sin x, x \geq 0$

44. Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

(a)  $\int x^3 \ln x \, dx$

(b)  $\int x^n \ln x \, dx$  allgemein, für eine natürliche Zahl  $n$

(c)  $\int x^3 \sin x \, dx$

(d)  $\int \cos^4 x \, dx$

(e)  $\int \sqrt{x^2 + 1} \, dx$  Hinweis:  $x = \sinh t$