

45. Integrieren Sie:

$$\int \sqrt{x^2 - 1} dx.$$

46. Berechnen Sie  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$ .

47. Integrieren Sie:

(a)  $\int \frac{x^3 - 2x^2 + x + 5}{x^2 - 1} dx.$

(b)  $\int \frac{2x + 1}{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1} dx.$

(c)  $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}.$

(d)  $\int \frac{dx}{\sinh x}.$

48. Berechnen Sie

$$\int_0^2 x(\sqrt{x+1})^3 dx.$$

49. Berechnen Sie

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx.$$

Erklären Sie die geometrische Bedeutung dieses Integrals.

50. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die zwischen den Parabeln  $y(x) = x^2$  und  $y^2 = x$  eingeschlossen ist. (Skizze!)

51. Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Fläche, welche von den zwei Kurven  $y_1 = x^2 + \sqrt{16-x^2}$  und  $y_2 = x^2 - \sqrt{16-x^2}$  eingeschlossen ist.

Wer zur letzten Aufgabe eine besonders elegante Lösung hat, kann eine Kopie gerne am Freitag 14.12. in der Vorlesung abgeben, oder mir (CE) am Freitag bis 10 Uhr pdf-gescannt zumailen. (Keine Megabytes, bitte, Papierform stark bevorzugt).