1. Test Analysis T1, 30.11.2012, A

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$	
Max. Punkte	5	5	5	5	20	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

1) 5 Punkte Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 4$ gilt:

$$\sum_{k=4}^{n} \frac{1}{k^2 - 5k + 6} = 1 - \frac{1}{n-2}.$$

2) 2+3 Punkte Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren. Wenn ja, geben Sie den Wert der Reihe an.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)!}.$$

3) 5Punkte a) Geben Sie $z = \frac{8-6i}{7+i}$ in kartesischen und in Polarkoordinaten an.

b) Zeichnen Sie (klar und deutlich!) in der komplexen Ebene die Menge

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2, |z - 3 - 4i| \leq 5, \Im z \leq 0\}.$$

(Falls Ihre Zeichnung nicht deutlich ist, ggf. in Worten erläutern.)

4) 2+1+2 Punkte Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ eine gerade Funktion und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ eine ungerade Funktion. (Hierbei sind alle a_i und b_i reelle Koeffizienten). Weiter sei $f(x)g(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n\right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, d.h. die Koeffizienten c_i sind durch das Produkt auf der linken Seite definiert.

a) Berechnen Sie für die obige Situation die ersten Koeffizienten $c_0, \ldots, c_5$.

b) Nun sei $f(x) = \cos x$ und $g(x) = \sin x$. Berechnen Sie in diesem Fall konkrete Werte für $c_0, \ldots, c_5$.

c) Berechnen Sie (in der Situation von Aufgabe 4b) c_{100} und c_{101}.
(Hinweis: Additionstheoreme!).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!

1. Test Analysis T1, 30.11.2012, B

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$	
Max. Punkte	5	5	5	5	20	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

1) 5 Punkte Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 5$ gilt:

$$\sum_{k=5}^{n} \frac{1}{k^2 - 7k + 12} = 1 - \frac{1}{n-3}.$$

2) 2+3 Punkte Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren. Wenn ja, geben Sie den Wert der Reihe an.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{5^n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}.$$

3) 5 Punkte a) Geben Sie $z = \frac{-5+7i}{6-i}$ in kartesischen und in Polarkoordinaten an.

b) Zeichnen Sie (klar und deutlich!) in der komplexen Ebene alle Punkte mit

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3, |z+3-4i| \leq 5, \Re z \leq 0\}.$$

(Falls Ihre Zeichnung nicht deutlich ist, ggf. in Worten erläutern.)

4) 2+1+2 Punkte Es seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ jeweils ungerade Funktionen. (Hierbei sind alle a_i und b_i reelle Koeffizienten).

Weiter sei $f(x)g(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n\right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, d.h. die Koeffizienten c_i sind durch das Produkt auf der linken Seite definiert.

a) Berechnen Sie für die obige Situation die ersten Koeffizienten $c_0, \ldots, c_6$.

b) Nun seien $f(x) = g(x) = \sin x$. Berechnen Sie in diesem Fall konkrete Werte für $c_0, \ldots, c_6$.

c) Berechnen Sie (in der Situation von Aufgabe 4b) c_{100} und c_{101}.
(Hinweis: Additionstheoreme!).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!

1. Test Analysis T1a, 30.11.2012, C

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$	
Max. Punkte	5	5	5	5	20	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

1) 3+2 Punkte a) Untersuchen Sie, ob die folgende Reihen konvergiert. Wenn ja, geben Sie den Wert der Reihe an. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)!}$.

b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(4+i)^n}$.

2) 5 Punkte Berechnen Sie (mit vollständigem Beweis) den Grenzwert (für $n \to \infty$) der Folge

$$a_n = \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}{\sqrt{n}}.$$

3) 5 Punkte a) Geben Sie $z = \frac{8-6i}{7+i}$ in kartesischen und in Polarkoordinaten an.

b) Zeichnen Sie (klar und deutlich!) in der komplexen Ebene die Menge

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2, |z - 3 - 4i| \leq 5, \Im z \leq 0\}.$$

(Falls Ihre Zeichnung nicht deutlich ist, ggf. in Worten erläutern.)

4) 2+1+2 Punkte Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ eine gerade Funktion und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ eine ungerade Funktion. (Hierbei sind alle a_i und b_i reelle Koeffizienten). Weiter sei $f(x)g(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n\right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, d.h. die Koeffizienten c_i sind durch das Produkt auf der linken Seite definiert.

a) Berechnen Sie für die obige Situation die ersten Koeffizienten $c_0, \ldots, c_5$.

b) Nun sei $f(x) = \cos x$ und $g(x) = \sin x$. Berechnen Sie in diesem Fall konkrete Werte für $c_0, \ldots, c_5$.

c) Berechnen Sie (in der Situation von Aufgabe 4b) c_{100} und c_{101}.
(Hinweis: Additionstheoreme!).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!

1. Test Analysis T1a, 30.11.2012, D

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$	
Max. Punkte	5	5	5	5	20	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

1) 3+2 Punkte a) Untersuchen Sie, ob die folgende Reihe konvergiert. Wenn ja, geben Sie den Wert der Reihe an. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$.

b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(3-2i)^n}$.

2) 5 Punkte Berechnen Sie (mit vollständigem Beweis) den Grenzwert (für $n \to \infty$) der Folge

$$a_n = \frac{\sqrt{3n+4} - \sqrt{3n-4}}{\sqrt{n}}.$$

3) 5 Punkte a) Geben Sie $z = \frac{-5+7i}{6-i}$ in kartesischen und in Polarkoordinaten an.

b) Zeichnen Sie (klar und deutlich!) in der komplexen Ebene alle Punkte mit

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3, |z+3-4i| \leq 5, \Re z \leq 0\}.$$

(Falls Ihre Zeichnung nicht deutlich ist, ggf. in Worten erläutern.)

4) 2+1+2 Punkte Es seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ jeweils ungerade Funktionen. (Hierbei sind alle a_i und b_i reelle Koeffizienten).

Weiter sei $f(x)g(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n\right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, d.h. die Koeffizienten c_i sind durch das Produkt auf der linken Seite definiert.

a) Berechnen Sie für die obige Situation die ersten Koeffizienten $c_0, \ldots, c_6$.

b) Nun seien $f(x) = g(x) = \sin x$. Berechnen Sie in diesem Fall konkrete Werte für $c_0, \ldots, c_6$.

c) Berechnen Sie (in der Situation von Aufgabe 4b) c_{100} und c_{101}.
(Hinweis: Additionstheoreme!).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend.
Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!