

2. Test Analysis T1/T1b, 21.01.2013, A

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	Σ	
Max. Punkte	5	4	8	6	23	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

- 1) 5 Punkte Berechnen Sie den folgenden Grenzwert (es sollte klar werden, warum Sie die von Ihnen verwendete Methode anwenden dürfen):

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \frac{(e^x - 1)^2}{\sin^2 x}.$$

- 2) 4 Punkte Integrieren Sie

$$\int \frac{x+3}{x(x+2)} dx.$$

- 3) 4+4 Punkte a) Die Gleichung $x^2 + 4y^2 = 4$ beschreibt eine Ellipse. Die Ellipse rotiere um die x -Achse. Berechnen Sie die Oberfläche des entstehenden dreidimensionalen Körpers.
b) Es sei c eine reelle Zahl. Integrieren Sie

$$\int \frac{1}{x^{3c}} dx.$$

(Achtung: das Ergebnis kann von c abhängen.)

Geben Sie an, für welche Werte von c das Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{3c}} dx$$

existiert, und berechnen Sie das Integral für diese Werte.

- 4) 6 Punkte Geben Sie für die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sin^2 x$ an:
den genauen Wertebereich (d.h. alle Werte, die als $f(x)$ vorkommen).
 f' und f'' ,
alle Nullstellen, alle Extremstellen.
Verhalten für $x \rightarrow \infty$ bezüglich Perioden.
Skizze (für $x \in [-\pi, 2\pi]$), Nullstellen, Extremstellen sollen markiert werden).

$$\text{Hinweis: } \sin(2x) = 2 \sin x \cos x \quad \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!

2. Test Analysis T1/T1b, 21.01.2013, B

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	Σ	
Max. Punkte	5	4	8	6	23	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

- 1) 5 Punkte Berechnen Sie den folgenden Grenzwert (es sollte klar werden, warum Sie die von Ihnen verwendete Methode anwenden dürfen):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2 x}{(e^x - 1)^2}.$$

- 2) 4 Punkte Integrieren Sie

$$\int \frac{x+2}{x(x+3)} dx.$$

- 3) 4+4 Punkte a) Die Gleichung $4x^2 + y^2 = 36$ beschreibt eine Ellipse. Die Ellipse rotiere um die x -Achse. Berechnen Sie die Oberfläche des entstehenden dreidimensionalen Körpers.
b) Es sei c eine reelle Zahl. Integrieren Sie

$$\int x^{2c} dx.$$

(Achtung: das Ergebnis kann von c abhängen.)

Geben Sie an, für welche Werte von c das Integral

$$\int_0^1 x^{2c} dx$$

existiert, und berechnen Sie das Integral für diese Werte.

- 4) 6 Punkte Geben Sie für die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \cos^2 x$ an:
den genauen Wertebereich (d.h. alle Werte, die als $f(x)$ vorkommen).
 f' und f'' ,
alle Nullstellen, alle Extremstellen.
Verhalten für $x \rightarrow \infty$ bezüglich Perioden.
Skizze (für $x \in [-\pi, 2\pi]$), Nullstellen, Extremstellen sollen markiert werden).

$$\text{Hinweis: } \sin(2x) = 2 \sin x \cos x \quad \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!