12. Lösen Sie folgende Ungleichungen über den reellen Zahlen.

    (a) $\frac{x-3}{1-2x} < 0$,

    (b) $3 - x^2 + 2x > 0$,

    (c) $\frac{x}{x-2} > \frac{x-3}{3x-1}$.

    Anmerkung: Es sollen tatsächlich die *Un*gleichungen direkt gelöst werden, d.h., es sollen nicht die entsprechenden Gleichungen gelöst und einzelne „Probe“-Punkte eingesetzt werden.

13. Beweisen Sie: $\sqrt{6}$ ist irrational.

    Hinweis: Für einen Zwischenschritt kann es helfen, durch Fallunterscheidung zu beweisen: für eine natürliche Zahl n gilt: Wenn n^2 durch 6 teilbar ist, dann ist auch n durch 6 teilbar.

14. Beweisen Sie: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ist irrational.

15. Untersuchen Sie die Folgen

$$(a)\ \left(\frac{(n+1)(n^2-1)}{(2n+1)(3n^2+1)}\right)_{n\in\mathbb{N}}, \quad (b)\ \left(\frac{n+1}{n^2+1}\right)_{n\in\mathbb{N}},$$

$$(c)\ \left(\frac{1}{n^2} + (-1)^n\frac{n^2}{n^2+1}\right)_{n\in\mathbb{N}}, \quad (d)\ \left(\frac{4^n+1}{5^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

    auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

16. Sind die folgenden Folgen konvergent? Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

    (a) $\cos(n\pi)$,

    (b) $\dfrac{2^n}{n!}$,

    (c) $\dfrac{1}{n(n+1)} + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)} + \cdots + \dfrac{1}{(3n-1)3n}$.

17. Untersuchen Sie die durch

$$a_1 = 3, \qquad a_{n+1} = \frac{7+3a_n}{3+a_n} \quad (n \geq 1)$$

    rekursiv definierte Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert. Überlegen Sie auch kurz, was passiert, wenn Sie mit $a_1 = 2$ starten?

    Hinweise:

    1) Bei 14) können Sie das Ergebnis von 13) voraussetzen.

    2) Übungen ankreuzen impliziert *zwingend*, dass Sie in der Übung anwesend sind!!! (Falls krank, ggf. Ersatzkreuze).

    3) **Prüfungen:** Für die Prüfung T1a (Telematiker!) am 7.11. bitte im tugonline anmelden. (Die Prüfung beginnt um 16.15 und dauert, voraussichtlich, ca. 90 Minuten.)