

39. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Ausdrücke:

$$(a) \frac{ax+b}{cx+d} \quad (b) \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^n \text{ für } n \in \mathbb{N} \quad (c) \ln \frac{ax+b}{cx+d}$$
$$(d) (1+e^x)^4 \ln(x + \sin^2(\frac{1}{x^2})) \quad (e) 2^{x^2 \cos x} \quad (f) x^x \quad (g) (x^x)^x \quad (h) x^{x^x}$$

40. Bestimmen Sie die rechts- und linksseitigen Ableitungen von  $f(x) = x|x| + 1$  in  $x = 0$ .

41. Zeigen Sie, dass  $f(x) = (1 + \frac{1}{x})^x$  für  $x \in (0, \infty)$  streng monoton wachsend ist.

42. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - 1}{\ln x},$$
$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}, \quad (d) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}.$$

43. Berechnen Sie den folgenden Grenzwert (mit Begründung):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3}{x^2} - \frac{\sin(3x)}{x^3} \right).$$