

aktualisierte Version vom 24.11.

44. Ersetzen Sie folgende Funktionen durch ihre Taylorpolynome des angegebenen Grades, und schätzen Sie den Fehler im angegebenen Bereich ab:

a) $f(x) = \sin(x)$ durch $T_3(f, x, 0)$ in $|x| \leq 1/10$

b) $f(x) = \arctan(x)$ durch $T_3(f, x, 0)$ in $|x| \leq 1/10$

45. Diskutieren Sie die folgenden reellen Funktionen (Skizzen!):

(a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(b) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

(c) $f(x) = x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$

(d) $f(x) = x \ln(x)$

(e) $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x}$

(f) $f(x) = e^{-x} \sin x, x \geq 0$

46. Geben Sie für die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{\sin x}$ an:

f', f'' , alle Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen, genaues Verhalten für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow 0$. Skizze. Geben Sie (mit Begründung) den genauen Wertebereich der Funktion an.

47. Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

(a) $\int x^3 \ln x \, dx$

(b) $\int x^n \ln x \, dx$ allgemein, für eine natürliche Zahl n

(c) $\int x^3 \sin x \, dx$

(d) $\int \cos^4 x \, dx$

(e) $\int \sqrt{x^2 + 1} \, dx$ Hinweis: $x = \sinh t$

48. Integrieren Sie:

$$\int \sqrt{x^2 - 1} \, dx.$$