65. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D$ und die partiellen Ableitungen erster Ordnung nach allen auftretenden Variablen im Innern $B$ von $D$.

(a) $f(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$; (b) $f(x,y) = x^3 - 2x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + 10$;

(c) $f(x,y) = \dfrac{x-y}{\sqrt{x+2y}}$;

66. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = \frac{y}{1+x^2}$.
a) Man berechne grad $f(x,y)$
b) Man berechne die Richtungsableitung an der Stelle $\vec{x}_0 = (1,2)$ in Richtung $(3,4)$.
c) In welche Richtungen (vom Punkt $\vec{x}_0 = (1,2)$) ist die Steigung c1) maximal, c2) minimal, c3) gleich Null?
d) Man bestimme die Tangentialebene an $f$ im Punkt $\vec{x}_0 = (1,2)$.

67. Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = 4\ln\frac{x^2}{x^2+y^2}$ für $x, y > 0$.

(a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen $f_x$ und $f_y$ von $f$.
(b) Bestimmen Sie den Gradienten von $f$ im Punkt $x^0 = (1,1)$.
(c) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von $f$ im Punkt $x^0 = (1,1)$ in Richtung $\vec{e} = (\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$.
(d) Bestimmen Sie im Punkt $(x^0, f(x^0)) = (1,1,f(1,1))$ die Tangentialebene (in Hesseform) an die durch $z = f(x,y)$ mit $x, y > 0$ erklärte Fläche.

68. Bestimmen Sie die Richtungsableitung von $f(x,y,z) = x^3yz^2 + e^{2x}$ in Richtung des Vektors $\vec{a} = (1,1,1)$ im Punkt $P = (0,3,2)$. Weiters bestimme man die Richtung der maximalen Änderung von $f$ in $P$.

Wie bekannt, finden am 9.1.2015 ab 17.15 Uhr T1/T1b Klausuren statt. Raumaufteilung wie bei letzten Mal (24.11). **Räume für Analysis T1**:
Nachname: A-Muik: Hörsaal P1 (Petersgasse 16)
Nachname: Müller-Schlacher: Hörsaal G (Kopernikusgasse 24)
Nachname: Schlamberger-Weber Hörsaal i7 (Inffeldgasse 25D)
Nachname: Wechtitsch-Z Hörsaal i13 (Inffeldgasse 16b)

**Analysis T1b:** bitte im Tugraz-online zur Klausur anmelden.
Klausur am 9.1.2015, ab 17.15 Uhr im Hörsaal i13 (Inffeldgasse 16b)

**Klausurinhalt:** Differential und Integralrechnung. Also insbesondere: Ableitung, Grenzwerte mit L'Hospital, Kurvendiskussion, unbestimmte Integrale (mit den üblichen Verfahren wie partielle Integration, Substitution, Partialbruchzerlegung), bestimmte Integrale, mit Anwendungen auf geometrische Fragen (Bogenlänge, Fläche, Oberfläche, Volumen), uneigentliche Integrale, partielle Ableitungen, Richtungsableitungen, Tangentialebene.

**Wir wünschen Ihnen Frohe Weihnachten und alles Gute für 2015!**