

1. Test Analysis T1, 24.11.2014, A

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	\sum	A
Max. Punkte	4	4	7	5	20	
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

- 1) a) Es ist $z = \frac{-6+6i}{\sqrt{8}}$. Geben Sie z in Polarkoordinaten an.
 b) Berechnen Sie alle komplexen Zahlen z , für die $z^{2014} = 3i$ gilt.
 c) Zeichnen Sie in der Gaußebene die Menge $\{z \in \mathbb{C} : |z|^2 = 9\} \cup \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z\}$.
 (Bitte eine deutliche Zeichnung, und ein paar erklärende Worte.)
- 2) Schreiben Sie $\sinh x$ und $\cosh x$ mittels der Exponentialfunktion und vereinfachen Sie *damit* den Ausdruck

$$1 + \frac{\sinh x}{\cosh x} - \frac{\sinh(2x)}{2 \cosh^2 x}.$$

Vereinfachen Sie auch

$$3 + \frac{\sin(ix)}{\cos(ix)} - \frac{\sin(2ix)}{2 \cos^2(ix)}.$$

- 3) Gegeben sei eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ mit $a_0 = 1, a_n = a_{n-1} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{4^n}$.
 a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \geq 0$ gilt:

$$a_n = \frac{7}{3} - \frac{3 \cdot 2^n + 1}{3 \cdot 4^n}.$$

- b) Zeigen Sie (kurz), dass die Folge a_n monoton wächst und für $n \rightarrow \infty$ konvergiert. Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
 c) Kennen Sie eine (in der Vorlesung behandelte) Möglichkeit, die Formel für a_n *ohne* Induktion zu berechnen? (Wenn ja, bitte kurz erklären).

- 4) a) Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe konvergiert: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\frac{x}{3})^k}{k!}$.

Falls ja, welchen Wert nimmt die Reihe an?

- b) Untersuchen Sie, ob die Reihe konvergiert: $\sum_{k=4}^{\infty} \frac{2}{4k^2 - 16}$.

Falls ja, welchen Wert nimmt die Reihe an? (Hinweis: der Bruch kann als Differenz zweier Brüche geschrieben werden: $\frac{1}{a^2-b^2} = \frac{?}{a-b} - \frac{?}{a+b}$).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!