

2. Test Analysis T1/Test T1b, 9.1. 2015, A

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ	A
Max. Punkte	4	5	4	6	5	24	
erreichte Punkte							

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

1) Berechnen Sie (mit Begründung) die folgenden Grenzwerte:

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(2x)}{x} - \frac{2}{x + \frac{1}{x}} \right).$$

$$b) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \exp(-x^2).$$

2) Es sei $a > 0$ eine reelle Konstante. Die Kurve $f(x) = a + \sqrt{4 - x^2}$, für $0 \leq x \leq 2$, rotiere um die x -Achse. Berechnen Sie das entstehende Volumen V_a in Abhängigkeit von a .

Erklären Sie Ihr Ergebnis auch im Spezialfall $a = 0$ und vergleichen Sie V_0 mit einem bekannten Ergebnis aus der Geometrie. (Tip: Die Funktion genauer ansehen!)

3) Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = yx^2 + y^2$. Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen der Ordnung 1 und 2. Geben Sie den Gradienten von f an. Berechnen Sie die Tangentialebene im Punkt $P = (1, 2)$.

4) Gegeben sei die Funktion $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, mit $f(x) = \cos^2 x + \sin x$. Berechnen Sie f' , f'' , alle Nullstellen und alle Extremstellen ($f(x)$ ggf. aus Funktionsplot abschätzen, x möglichst nicht in Dezimalschreibweise, sondern als Vielfache von π angeben). Können Sie etwas zur ungefähren Lage der Wendestellen sagen? (Genaue Berechnung hierzu nicht notwendig).

5) Integrieren Sie

$$a) \quad \int \frac{ax + b}{x^2 + 1} dx$$

und

$$b) \quad \int \frac{dx}{x^3 + x^2 - x - 1}.$$

(Beim Integrieren von a) sollten Sie keine fertige Formel verwenden, sondern wirklich integrieren. Die Ableitungstabelle, Abschnitt 4.1 im Skript, kann aber verwendet werden).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!