

2. Test Analysis T1a, 24.11.2014, C

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	Σ	C
Max. Punkte	6	4	6	6	22 (2 Bonus!)	
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

- 1) a) Es ist $z = \frac{-6+6i}{\sqrt{8}}$. Geben Sie z in Polarkoordinaten an.
 b) Berechnen Sie alle komplexen Zahlen z , für die $z^{2014} = 3i$ gilt.
 c) Zeichnen Sie in der Gaußebene die Menge $\{z \in \mathbb{C} : |z|^2 = 9\} \cup \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z\}$.
 (Bitte eine deutliche Zeichnung, und ein paar erklärende Worte.)
- 2) Schreiben Sie $\sinh x$ und $\cosh x$ mittels der Exponentialfunktion und vereinfachen Sie *damit* den Ausdruck

$$1 + \frac{\sinh x}{\cosh x} - \frac{\sinh(2x)}{2 \cosh^2 x}.$$

Vereinfachen Sie auch

$$3 + \frac{\sin(ix)}{\cos(ix)} - \frac{\sin(2ix)}{2 \cos^2(ix)}.$$

- 3) Wir betrachten die Funktion $f : D \rightarrow W$ mit $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{4 - \sqrt{x}}}$.
 (a) Bestimmen Sie die größtmögliche Menge $D_0 \subseteq \mathbb{R}$, für die $f : D_0 \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion ist.
 (b) Zeigen Sie, dass $f : D_0 \rightarrow \mathbb{R}$ injektiv ist.
 (c) Für welchen Wertebereich $W \subseteq \mathbb{R}$ ist $f : D_0 \rightarrow W$ surjektiv?

- 4) a) Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe konvergiert: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{3}\right)^k}{k!}$.

Falls ja, welchen Wert nimmt die Reihe an?

- b) Untersuchen Sie, ob die Reihe konvergiert: $\sum_{k=4}^{\infty} \frac{2}{4k^2 - 16}$.

Falls ja, welchen Wert nimmt die Reihe an? (Hinweis: der Bruch kann als Differenz zweier Brüche geschrieben werden: $\frac{1}{a^2-b^2} = \frac{?}{a-b} - \frac{?}{a+b}$).

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!